KHOA TÀI CHÍNH –NGÂN HÀNG
TS NGUYỄN TRUNG TRỰC
ThS ĐẶNG THỊ TRƯỜNG GIANG

TOÁN TÀI CHÍNH



TRƯỜNG ĐẠI HỌC CÔNG NGHIỆP TP.HCM

KHOA TÀI CHÍNH –NGÂN HÀNG

TS NGUYỄN TRUNG TRỰC
ThS ĐẶNG THỊ TRƯỜNG GIANG

BÀI GIẢNG
TOÁN TÀI CHÍNH

TRƯỜNG ĐẠI HỌC CÔNG NGHIỆP TP.HỒ CHÍ MINH

2010

LỜI NÓI ĐẦU

Toán tài chính là môn học cần thiết cho sinh viên thuộc các chuyên ngành Kế toán, Tài chính, Ngân hàng và là tài liệu tham khảo quan trọng cho các chuyên ngành kinh tế khác.

Để cung cấp bài giảng theo chương trình đào tạo của các chuyên ngành kinh tế tại Trường Đại học Công nghiệp TP Hồ Chí Minh, các giảng viên khoa Tài chính-Ngân hàng đã biên soạn bài giảng Toán tài chính. Nội dung của bài giảng được biên soạn chi tiết dựa trên nhiều tài liệu tham khảo, phần bài tập được trích trong các cuốn sách Toán tài chính của PGS TS Nguyễn Ngọc Định và TS Lại Tiến Dĩnh.

Bài giảng được trình bày thành sáu chương :

Chương 1 : Giới thiệu chung về Toán Tài chính

Chương 2 : Lãi đơn

Chương 3 : Lãi kép

Chương 4 : Các khoản thanh toán theo chu kỳ

Chương 5 : Phương pháp tính toán hiệu quả của dự án đầu tư

Chương 6 : Chứng khoán nợ - Trái khoản.

Mặt dù đã rất cố gắng trong quá trình biên soạn chắc hẳn không thể tránh được những khiếm khuyết, rất mong nhận được sự góp ý của người đọc để giáo trình hoàn thiện hơn.

TP.Hồ Chí Minh, tháng 7 năm 2010

CHƯƠNG I

GIỚI THIỆU VỀ MÔN TOÁN TÀI CHÍNH
(INTRODUCTION TO MATHEMATICS OF FINANCE)

1.1 KHÁI NIỆM - ĐỐI TƯỢNG VÀ ỨNG DỤNG CỦA TOÁN TÀI CHÍNH

1.1.1 Khái niệm

Toán tài chính là một môn khoa học tính toán về tài chính phục vụ cho các hoạt động kinh doanh và đầu tư trong nền kinh tế.

Môn học này cung cấp các phương pháp, công cụ cho các nhà quản trị tài chính trong quá trình quản trị doanh nghiệp cũng như cho các nhà đầu tư trong kinh doanh trên thị trường chứng khoán, trong phân tích tài chính…

1.1.2 Đối tượng của toán tài chính

Đối tượng của toán tài chính là tính toán về lãi suất, tiền lãi, giá trị của tiền tệ theo thời gian, giá trị của các công cụ tài chính… Do vậy, toán tài chính là một môn học ứng dụng vào các nghiệp vụ kinh doanh cụ thể.

1.1.3 Ứng dụng của toán tài chính

Toán tài chính được ứng dụng chủ yếu trong lĩnh vực tài chính, ngân hàng. Ngoài ra, toán tài chính còn ứng dụng trong các lĩnh vực : thẩm định dự án đầu tư, định giá tài sản, mua bán trả góp…

1.2 CÁC YẾU TỐ CƠ BẢN CỦA TOÁN TÀI CHÍNH

1.2.1 Thời gian dùng trong toán tài chính

Thời gian dùng trong toán tài chính là khoảng thời gian dùng để tính toán tiền lãi của việc sử dụng tiền và xác định giá trị của tiền tệ trên thang thời gian đầu tư.

Cần chú ý rằng để xác định thời gian trong toán tài chính, người ta còn quan tâm đến các thời điểm.

Thời gian đầu tư của một dự án thường bao gồm nhiều chu kỳ thời gian nhỏ tương ứng với khoảng thời gian được dùng để tính lãi theo quy định.

Ví dụ 1.1: Nếu thời gian cho vay là năm năm và mỗi năm tính lãi hai lần thì khi đó thời gian cho vay được phân thành mười chu kỳ và mỗi chu kỳ có độ dài sáu tháng.

1.2.2 Tiền lãi và lãi suất

1.2.2.1 Tiền lãi (Lợi tức)

Tiền lãi là chi phí mà người đi vay phải trả cho người cho vay (chủ sở hữu vốn) để được quyền sử dụng vốn trong một khoảng thời gian nhất định.

Đối với người cho vay hay nhà đầu tư tài chính, lợi tức là số tiền tăng thêm (chênh lệch giữa giá trị thu được và số vốn đầu tư ban đầu) nhờ cho vay (hay đầu tư) một số vốn trong một khoảng thời gian nhất định.

Tiền lãi = Vốn đầu tư x Lãi suất x Thời gian

Khi đó vốn tích lũy được tính như sau :

Vốn tích lũy = Vốn đầu tư + Tiền lãi

1.2.2.2 Lãi suất (Tỷ suất lợi tức)

Lãi suất là tỷ suất giữa phần lợi tức phát sinh trong một đơn vị thời gian và số vốn ban đầu (vốn gốc).

Nói cách khác, lãi suất là suất thu lợi của vốn trong một đơn vị thời gian.

$$\text{Lãi suất} = \frac{\text{Lợi tức trong một đơn vị thời gian}}{\text{Vốn đầu tư trong thời gian đó}} \cdot 100\%$$

Đơn vị thời gian có thể là năm, quý, tháng, ngày…

Lãi suất có thể viết theo hình thức số phần trăm như 5%; 10% hay viết theo hình thức số thập phân như 0,05; 0,10.

Trên thực tế, khi sử dụng lãi suất như một tham số trung

gian trong quá trình tính toán, thì ta nên sử dụng cách viết lãi suất theo hình thức số thập phân cho gọn và dễ tính toán. Còn khi trình bày kết quả cuối cùng, thì lãi suất nên được trình bày theo số phần trăm cho thực tế.

Ví dụ 1.2: Lãi suất 15% / năm có nghĩa là tiền lãi của 100 đơn vị tiền tệ trong một năm là 15 đơn vị tiền tệ.

1.2.3 Phương thức tính lãi dùng trong toán tài chính

Trên thực tế, người ta sử dụng phương thức tính lãi theo lãi đơn và phương thức tính lãi theo lãi kép, đây là cơ sở quan trọng để xây dựng nên các công thức toán tài chính.

1.2.3.1 Phương thức tính lãi theo lãi đơn

Là phương thức tính lãi mà tiền lãi sau mỗi chu kỳ không được nhập vào vốn để sinh lãi cho kỳ tiếp theo.

Ví dụ 1.3:

Nếu cho vay 1 000 đồng theo lãi suất 2% / tháng trong thời gian ba tháng.

Tiền lãi của tháng thứ nhất : 1 000 . 2% = 20 đồng
Tiền lãi của tháng thứ hai : 1 000 . 2% = 20 đồng
Tiền lãi của tháng thứ ba : 1 000 . 2% = 20 đồng
Tổng tiền lãi sau ba tháng : 60 đồng

1.2.3.2 Phương thức tính lãi theo lãi kép

Là phương thức tính lãi mà tiền lãi sau mỗi chu kỳ được nhập vào vốn để sinh lãi cho kỳ sau.

Ví dụ 1.4:

Nếu cho vay 1000 đồng theo lãi suất 2% / tháng trong thời gian ba tháng.

Lãi suất của tháng thứ nhất: 1 000 . 2% = 20 đồng
Lãi suất của tháng thứ hai: (1 000 + 20) . 2% = 20,4 đồng
Lãi suất của tháng thứ ba: (1 000 + 20 + 20,4) . 2% = 20,808 đồng
Tổng tiền lãi sau ba tháng : 61,208 đồng

1.3 CÁC BẢNG TÍNH TÀI CHÍNH CĂN BẢN

Để tính toán các phép tính trong toán tài chính người ta lập

sẵn các bảng tính giúp cho việc tính toán dễ dàng hơn. Có rất nhiều bảng tài chính nhưng ở đây chúng ta sẽ xem xét 4 bảng tài chính căn bản sau đây

1.3.1 Bảng tính tài chính số 1

Công thức là $\mathbf{(1 + r)^n}$ được gọi là thừa số lãi suất (IF –Interest Factor) hay ***thừa số giá trị tương lai*** (Future Value Factor), ký hiệu là FVF(r,n).

n: là số chu kỳ trong bảng (là các dòng từ 1,2...n)

r: là lãi suất một chu kỳ trong bảng (là các cột 1%; 1,5%; 2%...)

Ví dụ 1.5: Tính $(1 + 10\%)^{10} = 2{,}59374246$

Kết quả trên được tra tại cột 10 và dòng 10 của bảng tài chính số 1.

1.3.2 Bảng tính tài chính số 2

Công thức là: $\frac{1}{(1+r)^n} = \mathbf{(1 + r)^{-n}}$, được gọi là ***thừa số hiện giá*** (Present Value Interest Factor, hay Present Value Factor), ký hiệu là PVF(r,n).

n: là số chu kỳ trong bảng (là các dòng từ 1,2...n)

r: là lãi suất một chu kỳ trong bảng (là các cột 1%; 1,5%; 2%...)

Ví dụ 1.6: Tính $(1 + 10\%)^{-10} = 0{,}385543289$

Kết quả được tra ở cột 10 và dòng 10 của bảng tài chính 2.

1.3.3 Bảng tính tài chính số 3

Công thức là: $\frac{(1+r)^n-1}{r}$ được gọi là ***thừa số giá trị tương lai của chuỗi tiền tệ cố định*** phát sinh cuối kỳ (Future Value Factor of an Annuity), ký hiệu là FVFA(r,n).

n: là số chu kỳ trong bảng (là các dòng từ 1,2...n)

r: là lãi suất một chu kỳ trong bảng (là các cột 1%; 1,5%; 2%...)

Ví dụ 1.7: $\frac{(1+10\%)^{10}-1}{10\%} = 15{,}937425$

Kết quả trên được tra tại dòng 10 và cột 10 của bảng tài chính

1.3.4 Bảng tính tài chính số 4

Công thức: $\frac{1-(1+r)^{-n}}{r}$, được gọi là ***thừa số hiện giá của chuỗi tiền tệ cố định*** phát sinh cuối kỳ (Present Value Factor of an Annuity), ký hiệu PVFA(r,n).

n: là số chu kỳ trong bảng (là các dòng từ 1,2...n)

r: là lãi suất 1 chu kỳ trong bảng (là các cột 1%; 1,5%; 2%...)

Ví dụ 1.8: $\frac{1-(1+10\%)^{-10}}{10\%} = 6,144567$

Kết quả trên được tra tại dòng 10, cột 10 của bảng tài chính số 4

1.4 SỬ DỤNG BẢNG TÍNH MS EXCEL TRONG TOÁN TÀI CHÍNH

Trong Excel có chứa rất nhiều hàm toán tài chính; dùng nó để giải các phép toán tài chính rất hữu hiệu. Ở đây chúng ta chỉ nghiên cứu một số hàm thường được sử dụng.

1.4.1 Hàm FV

Hàm FV sẽ cho kết quả là giá trị tương lai (giá trị cuối) của một chuỗi tiền tệ đều với lãi suất cố định.

Cấu trúc hàm : **FV(rate, nper, pmt, pv, type)**

Rate : là lãi suất của một chu kỳ

Nper : là số chu kỳ (số kỳ khoản phát sinh)

PMT : là số tiền thanh toán mỗi chu kỳ (giá trị mỗi kỳ khoản)

PV : là giá trị hiện tại của chuỗi tiền tệ (không bắt buộc)

Type: phương thức phát sinh của chuỗi tiền tệ

Type = 0 (hoặc bỏ qua) : chuỗi tiền tệ phát sinh cuối kỳ

Type = 1 : chuỗi tiền tệ phát sinh đầu kỳ

Ví dụ 1.9 : Tính giá trị tương lai của một chuỗi tiền tệ phát sinh cuối kỳ gồm mười kỳ khoản, giá trị mỗi kỳ khoản là 20 triệu đồng, lãi suất 5% / kỳ.

Người ta có thể tính toán theo hai cách :

Cách 1 : Sử dụng máy tính

PMT = 20 000 000 đồng

n = 10 kỳ

r = 5% = 0,05

Ta có: FV = PMT . $\frac{(1+r)^n - 1}{r}$ = 20 000 000 . $\frac{(1+0,05)^{10} - 1}{0,05}$ = 251 557 841 đồng.

Cách 2 : Sử dụng bảng tính Excel

Nhập số liệu vào ô bất kỳ trong bảng tính theo cấu trúc hàm FV với :

rate = 5%

nper = 10 kỳ

PMT = 20000 000 đồng

Type = 0

Ta có : FV(5%,10,-20 000 000,0,0) = 251 557 851 đồng

Lưu ý : Dấu (-) thể hiện ròng tiền ra (CF : Cash flow) hay khoản tiền đầu tư từng kỳ tương ứng để có được khoản thu (giá trị tương lai) ở cuối chu kỳ.

1.4.2 Hàm PV

Hàm PV sẽ cho kết quả là Giá trị hiện tại (giá trị đầu) của một chuỗi tiền tệ đều với lãi suất cố định.

Cấu trúc hàm : **PV(rate, nper, pmt, fv, type)**

Rate : là lãi suất của một chu kỳ

Nper : là số chu kỳ (số kỳ khoản phát sinh)

PMT : là số tiền thanh toán mỗi chu kỳ (giá trị mỗi kỳ khoản)

FV : là giá trị tương lai của chuỗi tiền tệ (không bắt buộc)

Type : phương thức phát sinh của chuỗi tiền tệ

Type = 0 (hoặc bỏ qua) : chuỗi tiền tệ phát sinh cuối kỳ

Type = 1 : chuỗi tiền tệ phát sinh đầu kỳ

Ví dụ 1.10 : Tính giá trị hiện tại (hiện giá) của một chuỗi tiền tệ phát sinh đầu kỳ gồm mười kỳ khoản, giá trị mỗi kỳ khoản là 20 triệu đồng, lãi suất 5% / kỳ.

Người ta có thể tính toán theo hai cách :

Cách 1 : Sử dụng máy tính

PMT = 20 000 000 đồng

n = 10 kỳ
r = 5% = 0,05

Ta có :

$$PV = PMT.(1+r).\frac{1-(1+r)^{-n}}{r} = 20\,000\,000.(1+0,05).\frac{1-(1+0,05)^{-10}}{0,05}$$

= 162 156 434 đồng

Cách 2 : Sử dụng bảng tính Excel

Nhập số liệu vào ô bất kỳ trong bảng tính theo cấu trúc hàm PV với :

rate = 5%
nper = 10 kỳ
PMT= 20 000 000 đồng
type = 0

Ta có : PV(5%,10,-20 000 000,0,1) = 162 156 434(đồng)

Lưu ý : Dấu (-) thể hiện dòng tiền ra (CF : Cash flow) hay khoản tiền phải thanh toán từng kỳ cho khoản vay ban đầu (giá trị hiện tại) ở đầu chu kỳ.

1.4.3 Hàm PMT

Hàm PMT sẽ cho kết quả là số tiền phải thanh toán định kỳ (kỳ khoản) của một chuỗi tiền tệ đều với lãi suất cố định khi đã biết giá trị cuối (FV) hay giá trị hiện tại (PV).

Cấu trúc hàm : **PMT(rate, nper, pv, fv, type)**

Rate : lãi suất của một chu kỳ
Nper : là số chu kỳ (số kỳ khoản phát sinh)
PV : là giá trị hiện tại của chuỗi tiền tệ
FV : là giá trị tương lai của chuỗi tiền tệ (không bắt buộc)
Type : phương thức phát sinh của chuỗi tiền tệ
Type = 0 (hoặc bỏ qua) : chuỗi tiền tệ phát sinh cuối kỳ
Type = 1 : chuỗi tiền tệ phát sinh đầu kỳ

Ví dụ 1.11: Xác định kỳ khoản của một chuỗi tiền tệ gồm mười kỳ khoản phát sinh đầu chu kỳ, lãi suất 5% /kỳ, hiện giá 162 156 434 đồng.

Người ta có thể tính toán theo hai cách

Cách 1 : Sử dụng máy tính

PV = 162 156 434 đồng
n = 10 kỳ
r = 5% = 0,05

Ta có :

$$PV = PMT \, . \, \frac{1-(1+r)^{-n}}{r}$$

$$\rightarrow PMT = 162\ 156\ 343 \, . \, \frac{0{,}05}{(1+0{,}05)[1-(1+0{,}05)^{-10}]}$$

= 20 000 000 đồng

Cách 2 : Sử dụng bảng tính Excel

Nhập số liệu vào ô bất kỳ trong bảng tính theo cấu trúc hàm PMT với :

rate = 5%
nper = 10 kỳ
PV =162 156 434 đồng
type = 0

Ta có : PV(5%,10,162 156 434,0,1) = -20 000 000 đồng

Lưu ý : Dấu (-) thể hiện ròng tiền ra (CF : Cash flow) hay khoản tiền phải thanh toán từng kỳ cho khoản vay ban đầu (giá trị hiện tại) ở đầu chu kỳ.

1.4.4 Hàm NPV

Hàm NPV cho kết quả là giá trị hiện tại ròng (hiện giá) của đầu tư với lãi suất không đổi.

Cấu trúc hàm : **NPV(rate, value1, value2...)**

Rate : là lãi suất của một chu kỳ

Value1,value2... Là các khoản phát sinh (thu hoặc chi) ở cuối chu kỳ thứ nhất,hai…

Ví dụ1.12 : Một người đầu tư một khoản vốn 1000 triệu và có được thu nhập qua các năm như sau :

Cuối năm thứ nhất : 450 triệu đồng
Cuối năm thứ hai : 500 triệu đồng
Cuối năm thứ ba : 550 triệu đồng

Biết rằng lãi suất của hoạt động đầu tư này là 15% /năm.
Hãy xác định hiện giá đầu tư.
Người ta có thể tính toán theo hai cách :
Cách 1 : Sử dụng máy tính (xem chương 5)

CF_0 = -1 000 triệu đồng
CF_1 = 450 triệu đồng
CF_2 = 500 triệu đồng
CF_3 = 550 triệu đồng
r = 15% = 0,15

Ta có : $NPV = CF_0 + CF_1.(1+r)^{-1} + CF_2 .(1+r)^{-2} + CF_3 .(1+r)^{-3}$
$NPV = -1000 + 450(1+0,15)^{-1}+500(1+0,15)^{-2}+ 550(1+0,15)^{-3} =$ 131,010109 (triệu đồng)
Cách 2: Sử dụng bảng tính Excel có thể dùng một trong hai phương pháp

1/ Nhập số liệu vào ô bất kỳ trong bảng tính theo cấu trúc hàm NPV với :

rate = 15%
Value 1 = 450
Value 2 = 500
Value 3 = 550

Ta có : NPV(5%, 450, 500, 550), -1000 = 131,010109 (triệu đồng)

2/ Nhập các dữ liệu : 450, 500 và 550 vào các ô liên tiếp trong bảng tính
Lựa chọn một ô bất kỳ để nhập hàm NPV theo cấu trúc :

NPV (rate,cell m:cell n) + CF_0

Giả sử ta nhập 4 dữ liệu : -1.000, 450, 500 và 550 vào các ô A_1, A_2, A_3, A_4

Ta có : NPV(15%,A_2:A_4) +A_1 = $131,01

Lưu ý : Dấu (-) thể hiện dòng tiền ra (CF_0) hay khoản tiền đầu tư ban đầu để có được dòng thu nhập(CF_k).

1.4.5 Hàm IRR

Hàm IRR cho kết quả là lợi suất (tỷ suất hoàn vốn nội bộ - Internal Rate of Returnable) của dự án đầu tư .

Cấu trúc hàm : **IRR(value, guess)**

Values : Là dòng tiền của dự án đầu tư

Guess: Giá trị dự đoán kết quả gần đúng của IRR (không bắt buộc)

Ví dụ 1.13 : Một người đầu tư một khoản vốn 1000 triệu và có được thu nhập qua các năm như sau :

Cuối năm thứ nhất : 450 triệu đồng
Cuối năm thứ hai : 500 triệu đồng
Cuối năm thứ ba : 550 triệu đồng

Hãy xác định lợi suất đầu tư.

Người ta có thể tính toán theo hai cách :

Cách 1 : Sử dụng máy tính và phương pháp nội suy (xem chương 4)

Ta có :

$$- CF_0 = \sum_{k=1}^{n} CF_k (1 + IRR)^{-k}$$

$$1000 = 450(1+IRR)^{-1}+500(1+IRR)^{-2}+ 550(1+IRR)^{-3}$$

Sử dụng phương pháp nội suy ta có :

$$IRR = 23\% - 1\% \frac{1\,000-991,9059}{1\,007,6724-991,9059} = 22,48\%$$

Cách 2 : Sử dụng bảng tính Excel

Nhập số liệu vào các ô trong bảng tính : Giả sử ta nhập bốn dữ liệu : -1.000, 450, 500 và 550 vào các ô A_1,A_2,A_3,A_4

Ta có : $IRR(A_1 : A_4) = 22,48\%$

CHƯƠNG II

HỆ THỐNG LÃI ĐƠN
(SIMPLE INTEREST)

2.1 CÔNG THỨC CƠ BẢN

Phương thức tính tiền lãi theo lãi đơn là phương thức tính toán mà tiền lãi phát sinh sau mỗi chu kỳ đầu tư không được nhập vào vốn gốc để tính lãi cho chu kỳ tiếp theo. Tiền lãi ở mỗi chu kỳ đều được tính trên cơ sở vốn gốc, do đó, đều bằng nhau.

Thực tế, lãi đơn thường được áp dụng trong các nghiệp vụ tài chính ngắn hạn. Theo phương thức tính lãi đơn người ta xây dựng các công thức như sau:

2.1.1 Tính tiền lãi

2.1.1.1 Sơ đồ tổng quát

PV						FV
	I_1	I_2	I_3	…	I_{n-1}	I_n
0	1	2	3	…	n-1	n

I_n : tiền lãi thu được sau n chu kỳ đầu tư theo lãi đơn

PV : vốn đầu tư ban đầu

n : số chu kỳ đầu tư (hay cho vay), có thể tính là:

số ngày đầu tư;
số tháng đầu tư;
số quý đầu tư;
số năm đầu tư.

r: lãi suất đầu tư (hay cho vay) trong một chu kỳ, có thể tính:

lãi suất của một ngày;
lãi suất của một tháng;
lãi suất của một quý;
lãi suất của một năm.

FV: giá trị của vốn sau n chu kỳ đầu tư hay vốn tích lũy sau n chu kỳ đầu tư

2.1.1.2 Công thức tính tiền lãi

Gọi I_n là tiền lãi phải tính

Ta có:

$$n = 1 \rightarrow I_1 = PV . r$$
$$n = 2 \rightarrow I_2 = PV . 2r$$
$$n = 3 \rightarrow I_3 = PV . 3r$$

Tổng quát ta có công thức sau:

$$\boxed{I_n = PV.n.r}$$

Tiền lãi phụ thuộc vào ba nhân tố: Vốn đầu tư; lãi suất đầu tư; thời gian đầu tư.

Ví dụ 2.1: Cho r = 18% /năm. Tính tiền lãi của vốn đầu tư 10 triệu đồng

a. Trong hai mươi ngày
b. Trong năm tháng
c. Trong hai năm

Giải

Ta có: lãi suất của một ngày = $\frac{18\%}{360}$ = 0,05% /ngày

Lãi suất của một tháng = $\frac{18\%}{12}$ = 1,5% /tháng

Do đó:

Tiền lãi trong hai mươi ngày : $I_{20\text{ ngày}}$ = 10 triệu . 20 . 0,05% = 0,1 triệu đồng

Tiền lãi trong năm tháng : $I_{5\text{ tháng}}$ = 10 triệu . 5 . 1,5% = 0,75 triệu đồng

Tiền lãi trong hai năm : $I_{2\text{ năm}}$ = 10 triệu . 2 . 18% = 3,6 triệu đồng

Hay:

$$I_{20\text{ ngày}} = 10 . 20 . \frac{18\%}{360} = 0,1 \text{ triệu đồng}$$

$$I_{5\text{ tháng}} = 10. 5 . \frac{18\%}{12} = 0,75 \text{ triệu đồng}$$

Chú ý: Năm thương mại được quy đổi như sau:

1 tháng = 30 ngày
1 quý = 90 ngày
1 năm = 360 ngày

2.1.2 Tính lãi suất

2.1.2.1 Công thức

Từ công thức: $I_n = PV.n.r$

$$\Rightarrow \qquad r = \frac{I_n}{PV.\ n}$$

2.1.2.2 Lãi suất trung bình của các đầu tư

Cho nhiều khoản vốn $V_1, V_2, V_3 \ldots V_n$ đầu tư theo các lãi suất $r_1, r_2, r_3 \ldots r_n$ với thời gian đầu tư lần lượt là $n_1, n_2, n_3 \ldots n_n$.

Lãi suất trung bình của các đầu tư này là lãi suất đầu tư i duy nhất sao cho tổng tiền lãi thu được từ các đầu tư không thay đổi so với tổng tiền lãi thu được từ các đầu tư với các lãi suất khác nhau.

Khi đó ta có:

$V_1.n_1.r + V_2.n_2.r + V_3.n_3.r + \ldots + V_n.n_n.r = V_1.n_1.r_1 + V_2.n_2.r_2 + V_3.n_3.r_3 + \ldots + V_n.n_n.r_n$

$$\Rightarrow \qquad r = \frac{\sum_{k=1}^{n} V_k.n_k.r_k}{\sum_{k=1}^{n} V_k.n_k}$$

Ví dụ 2.2: Tính lãi suất trung bình của các đầu tư sau đây:

2 triệu đồng trong mười ngày với lãi suất 18% /năm

3,5 triệu đồng trong hai tháng với lãi suất 12% /năm.

4 triệu đồng trong một quý với lãi suất 24% /năm.

Giải

Lãi suất trung bình của các đầu tư trên là:

$$r = \frac{\left(2.\frac{18\%}{360}.10\right) + \left(3{,}5.\frac{12\%}{360}.60\right) + \left(4.\frac{24\%}{360}.90\right)}{(2.10) + (3{,}5.60) + (4.90)} \approx 0{,}05424\% \text{ /ngày}$$

hay : $r = 0{,}05424\%\ .\ 360 \approx 19{,}53\%$ /năm

2.1.2.3 Lãi suất thực

Lãi suất thực là tỷ lệ giữa mức chi phí (tiền lãi) thực tế mà người đi vay (cho vay) phải trả (thu được) với số vốn vay trong một khoảng thời gian nhất định.

Công thức:

$$r_t = \frac{I_t}{PV - C_t}$$

trong đó:

I_t: chi phí thực tế trong thời gian vay;

C_t: chi phí thực tế trả ngay khi vay.

Ví dụ 2.3:

Hãy xác định lãi suất thực trong năm cho các trường hợp sau

Trường hợp một: Gửi tiết kiệm có kỳ hạn một năm, lãi suất 0,7% /tháng. Lãi nhận khi đáo hạn.

Trường hợp hai: Mua kỳ phiếu ngân hàng, lãi trả ngay khi mua với kỳ hạn một năm và lãi suất 8% /năm.

Giải

Trường hợp một: Lãi suất thực trong trường hợp gửi tiền tiết kiệm là:

$$r_t = 12 \,.\, 0{,}7\% = 8{,}4\% \text{ /năm}$$

Trường hợp hai: Lãi suất thực trong trường hợp mua kỳ phiếu.

Ngay khi mua kỳ phiếu, khách hàng được nhận tiền lãi ứng trước với lãi suất 8% (***lãi suất danh nghĩa***) được tính trên mệnh giá, như vậy thực chất khách hàng chỉ bỏ ra 92% giá trị mệnh giá cho ngân hàng để có được kỳ phiếu. Đến cuối năm, khi khách hàng bán lại kỳ phiếu cho ngân hàng để lấy lại tiền thì thu đủ 100% mệnh giá.

Do đó lãi suất thực mà khách hàng được hưởng là:

$$r_t = \frac{8\%}{100\% - 8\%} \approx 0{,}087 \approx 8{,}7\% \text{ /năm}$$

Ví dụ 2.4

Công ty X vay ngắn hạn ngân hàng một số tiền là 100 triệu đồng với các điều kiện như sau:

lãi suất của ngân hàng 12% /năm.

phí mua và hoàn tất hồ sơ : 250 000đồng

Các chi phí khác (tính theo tỷ lệ trên vốn vay): 0,16%

Xác định lãi suất thực của đợt vay trong năm nếu:

a) Trả lợi tức một lần /năm vào cuối mỗi năm;

b) Trả lợi tức một lần /sáu tháng vào cuối mỗi sáu tháng.

Giải

a) Lãi suất thực một năm

Lợi tức	:	100 000 000 . 12%	= 12 000 000 đồng
Phí hồ sơ	:		250 000 đồng
Chi phí khác	:	100 000 000 . 0,16%	= 160 000 đồng
Tổng chi phí thực tế trong thời gian vay:			12 410 000đồng

Lãi suất thực là:

$$\frac{12\,410\,000}{100\,000\,000-410\,000} = 0{,}124611 \qquad (12{,}4611\%)$$

b) Lãi suất thực sáu tháng

Lợi tức	:	$100\,000\,000 . \frac{6}{12} . 12\%$	= 6 000 000 đồng
Phí hồ sơ	:		250 000 đồng
Chi phí khác	:	100 000 000 . 0,16%	= 160 000 đồng
Tổng chi phí thực tế trong thời gian vay:			6 410 000 đồng

Lãi suất thực là:

$$\frac{6\,410\,000}{100\,000\,000-410\,000} . \frac{12}{6} = 0{,}128728 \quad \text{hay} \quad 12{,}8728\% \text{ /năm}$$

⇒ Như vậy, thời gian càng ngắn lãi suất thực càng tăng theo gánh nặng của các chi phí cố định (phí hồ sơ, lệ phí khác…)

Trong trường hợp **:** Lợi tức và các chi phí phải trả ngay khi vay, lãi suất thực sẽ là:

$$100\,000\,000\,.\frac{6}{12} = 0{,}13698 \text{ hay } 13{,}698\% \text{ /năm}$$

Nhận xét : Lãi suất thực phụ thuộc vào:

số vốn vay (hay vốn đầu tư).

lãi suất danh nghĩa.

thời hạn vay hay đầu tư.

phương thức thanh toán.

2.1.3 Tính thời gian đầu tư

2.1.3.1 Công thức

Từ công thức: $I_n = PV.n.r$

$$\Rightarrow \qquad n = \frac{I_n}{PV.\ r}$$

2.1.3.2 Thời gian trung bình của các đầu tư

Cho nhiều khoản vốn $V_1, V_2, V_3 \ldots V_n$ đầu tư theo các lãi suất $r_1, r_2, r_3 \ldots r_n$ với thời gian đầu tư lần lượt là $n_1, n_2, n_3 \ldots n_n$

Thời gian trung bình của các đầu tư này là thời gian đầu tư n duy nhất sao cho tổng tiền lãi thu được từ các đầu tư không thay đổi so với tổng tiền lãi thu được từ các đầu tư với các thời gian đầu tư khác nhau.

Khi đó ta có:

$$V_1.n.r_1 + V_2.n.r_2 + V_3.n.r_3 + \ldots + V_n.n.r_n = V_1.n_1.r_1 + V_2.n_{2}.{}_2 + V_3.n_3.r_3 + \ldots + V_n.n_n.r_n$$

$$\Rightarrow \qquad n = \frac{\sum_{k=1}^{n} V_k.n_k.r_k}{\sum_{k=1}^{n} V_k.n_k}$$

Ví dụ 2.5: Tính thời gian trung bình của các đầu tư sau đây:

2 triệu đồng trong mười ngày với lãi suất 18% /năm

3,5 triệu đồng trong hai tháng với lãi suất 12% /năm.

4 triệu đồng trong một quý với lãi suất 24% /năm.

Giải

Thời gian trung bình của các đầu tư trên là:

$$n = \frac{\left(2.\frac{18\%}{360}.10\right) + \left(3,5.\frac{12\%}{360}.60\right) + \left(4.\frac{24\%}{360}.90\right)}{\left(2.\frac{18\%}{360}\right) + \left(3,5.\frac{12\%}{360}\right) + \left(4.\frac{24\%}{360}\right)} \approx 66,207 \text{ ngày}$$

2.1.4 Tính trị giá của vốn đầu tư

2.1.4.1 Trị giá tương lai của vốn đầu tư

Gọi FV là giá trị của vốn đầu tư sau n chu kỳ khi đó ta có:

$$FV = PV + I_n$$

$$FV = PV + PV.n.r$$

$$\boxed{\mathbf{FV = PV(1 + n.r)}}$$

Ví dụ 2.6 : Ông A cho vay một khoản tiền 100 triệu trong một quý với lãi suất 12% /năm, tiền lãi tính theo phương pháp lãi đơn. Xác định số tiền ông A có được sau thời gian cho vay.

Giải

$$FV = 100\left(1 + 90.\frac{12\%}{360}\right) = 100\left(1 + \frac{12\%}{360}\right) = 103 \text{ triệu đồng}$$

2.1.4.2 Trị giá hiện tại (hiện giá) của vốn đầu tư

Gọi PV là giá trị hiện tại của vốn đầu tư, ta có:

$$PV = FV - I_n$$

I_n là tiền lãi chiết khấu của khoản vốn V_n và theo nguyên tắc tính theo lãi đơn thì tiền lãi chiết khấu được tính theo mệnh giá tức là $I_n = FV.n.r$

Do đó: $$PV = FV - FV.n.r$$

$$\boxed{\mathbf{PV = FV\ (1 - n.r)}}$$

Ví dụ 2.7: Để có được số vốn 100 triệu đồng sau bốn mươi năm ngày, người ta phải gửi vào ngân hàng bao nhiêu? Biết rằng lãi suất tiền gửi là 18% /năm và tiền lãi được tính theo lãi đơn.

Giải

$$PV = 100\left(1 - 45.\frac{18\%}{360}\right) = 100\left(1 - 1{,}5\,.\,\frac{18\%}{12}\right) = 97{,}75 \text{ triệu đồng}$$

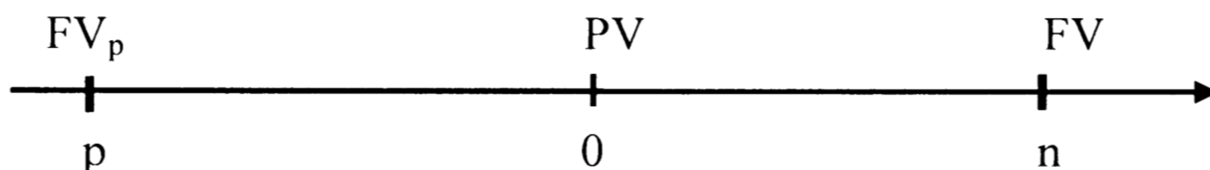
2.2 ĐỊNH GIÁ VỐN THEO LÃI ĐƠN

Trong hệ thống lãi đơn, giá trị vốn sẽ thay đổi theo ngày định giá (hay ngày tương đương).

Ngày định giá (hay ngày tương đương) là ngày được chọn để xác định giá trị của dòng tiền ở các thời điểm khác nhau về thời điểm đồng nhất. Như vậy, định giá vốn tại ngày tương đương là xác định giá trị vốn tại thời điểm đó. Nói cách khác, với giá trị vốn được xác định tại cùng một thời điểm người ta có thể so sánh, tính toán... để đưa ra các quyết định.

Phương trình tương đương

Sơ đồ biểu diễn :



Từ đồ thị, ta có các phương trình tương đương :

$FV = PV + I_n$

$FV = PV(1 + n.r)$

$FV = PV + I_p$

$FV = PV(1 + p.r)$

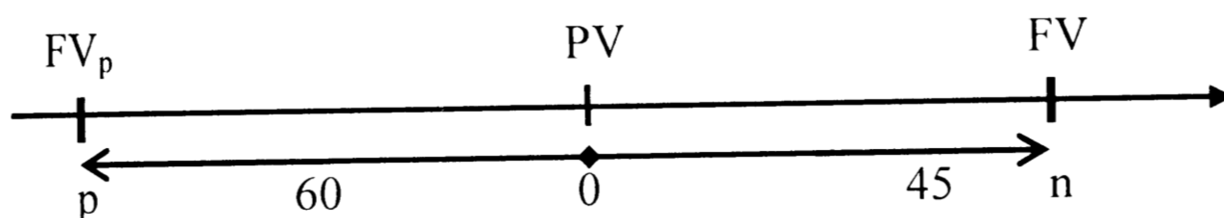
Nếu : $n > 0$; $FV > PV$ thì FV sau PV

$n < 0$; $FV < PV$ thì FV trước PV

r: Lãi suất một chu kỳ.

Ví dụ 2.8: Để có được một số vốn 500 triệu đồng sau sáu mươi ngày thì cần phải đầu tư bao nhiêu vốn với lãi suất 12% /năm?

Giả định rằng, sau đó người ta tiếp tục đầu tư thêm bốn mươi năm ngày nữa với lãi suất 18% /năm thì giá trị vốn sau thời gian đầu tư sẽ là bao nhiêu?



Ta có:

$$FV_p = PV\,(1 - p.r) = 500\left(1 - 60\,.\frac{12\%}{360}\right) = 490 \text{ triệu đồng}$$

$$FV = PV\,(1 + n.r) = 500\left(1 + 45\,.\frac{18\%}{360}\right) = 511{,}25 \text{ triệu đồng}$$

2.3 VỐN TƯƠNG ĐƯƠNG THEO HỆ THỐNG LÃI ĐƠN

2.3.1 Tương đương của hai vốn

2.3.1.1 Khái niệm

Hai vốn được gọi là tương đương tại một thời điểm xác định nếu chúng có giá trị bằng nhau khi chiết khấu theo cùng lãi suất.

Thời điểm hai vốn tương đương nhau được gọi là ngày tương đương.

Đặt : F là mệnh giá của hối phiếu thứ nhất còn n ngày nữa thì đáo hạn.

B là mệnh giá của hối phiếu thứ hai còn p ngày nữa thì đáo hạn.

Ta có, F và B chỉ tương đương với nhau tại một thời điểm nếu :

$$F - F.n.r = B - B.p.r$$

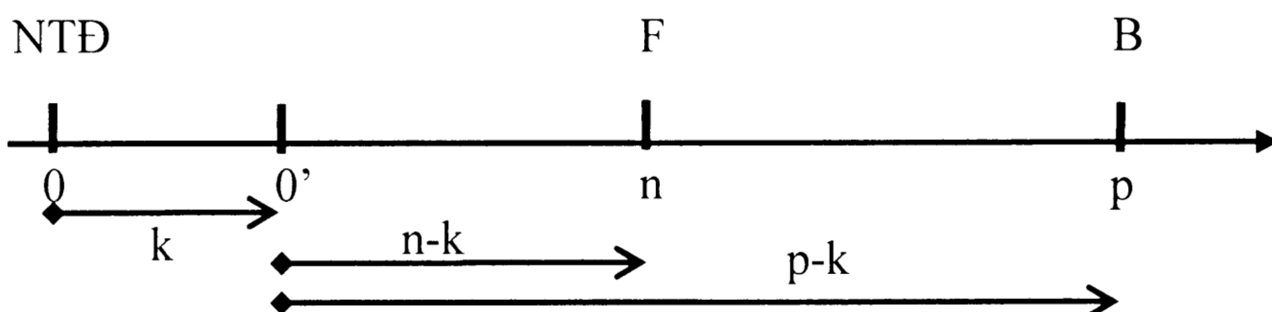
$$F(1 - n.r) = B(1 - p.r) \qquad (*)$$

với : r là lãi suất chiết khấu vốn

Và thời điểm xảy ra phương trình (*) được gọi là ngày tương đương của hai hối phiếu F và B.

2.3.1.2 Ngày tương đương duy nhất của hai vốn

Hai vốn khác nhau về mệnh giá và kỳ hạn nhưng nếu đã tương đương tại một thời điểm xác định thì không thể tương đương tại một thời điểm khác ngoài thời điểm đó.



F và B tương đương tại thời điểm 0 (Ngày tương đương) nên

$$F(1 - n.r) = B(1 - p.r)$$

$$F - F.n.r = B - B.p.r \quad (1)$$

Giả sử ta có một thời điểm tương đương khác của hai vốn F và B là 0', thì :

$$F[1 - (n - k)r] = B[1 - (p - k)r]$$

$$F - F.n.r + F.k.r = B - B.p.r + B.k.r \quad (2)$$

Từ (1) và (2) ta có : $F.k.r = B.k.r$ hay $F = B$

Thế vào (1) ta có : $n = p$

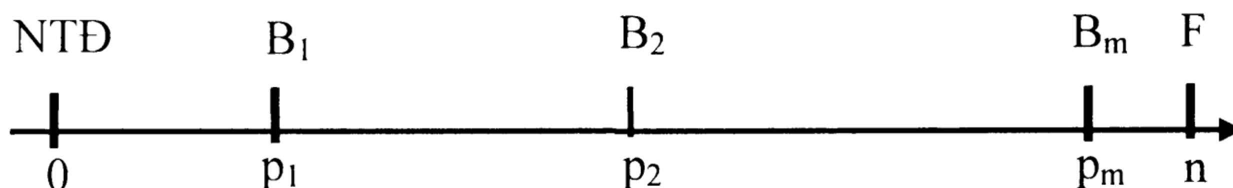
Vậy, hai vốn tương đương tại hai thời điểm khác nhau thì phải có mệnh giá và thời gian đáo hạn bằng nhau.

2.3.2 Tương đương của nhiều vốn

2.3.2.1 Khái niệm

1 Tương đương giữa một vốn và nhiều vốn

Vốn F tương đương với tổng nhiều vốn B_k (với k = 1…m) tại một thời điểm xác định với lãi suất chiết khấu (r) cho trước khi : hiện giá của F bằng tổng các hiện giá B_k.



Từ sơ đồ trên, ta có :

$$F(1 - n.r) = B_1(1 - p_1.r) + B_2(1 - p_2.r) + \ldots + B_m(1 - p_m.r)$$

$$F(1 - n.r) = \sum_{k=1}^{m} B_k (1 - p_k.r)$$

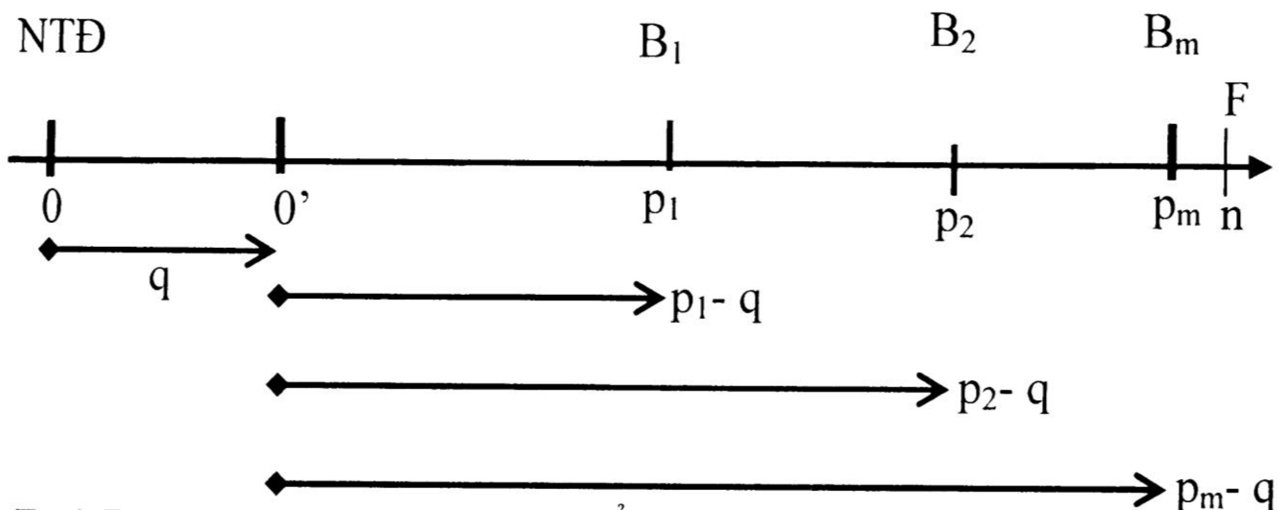
2 Tương đương giữa nhiều vốn và nhiều vốn

Tổng số nhiều vốn F_k (với k = 1…n) tương đương với tổng số nhiều vốn B_k (với k = 1…m) tại một thời điểm xác định với lãi suất chiết khấu (r) cho trước khi : tổng các hiện giá của F_k bằng tổng các hiện giá B_k.

$$\sum_{k=1}^{n} F_k (1 - n_k.r) = \sum_{k=1}^{m} B_k (1 - p_k.r)$$

2.3.2.2 Ngày tương đương duy nhất của nhiều vốn

Chỉ có một thời điểm tương đương (ngày tương đương) duy nhất giữa một số vốn và tổng nhiều số vốn



F và B_k tương đương tại thời điểm 0 (Ngày tương đương) nên :

$$F(1 - n.r) = \sum_{k=1}^{m} B_k (1 - p_k.r) \quad (1)$$

Giả sử ta có một thời điểm tương đương khác là 0' (0' cách 0 một khoảng r), thì :

$$F[1-(n-q)r]=\sum_{k=1}^{m} B_k[1-(p_k-q)r] \quad (2)$$

Lấy (1) - (2) ta có : $F.q.r = B_1.q.r + B_2.q.r + \ldots + B_m.q.r$

hay: $F = B_1 + B_2 + \ldots + B_m$

hoặc:

$$F = \sum_{k=1}^{m} B_k$$

Vậy, nếu tồn tại hai thời điểm tương đương khác nhau thì

$$F = \sum_{k=1}^{m} B_k$$

Chỉ có một thời điểm tương đương duy nhất giữa hai tổng nhiều số vốn (có thể chứng minh tương tự trường hợp trên)

2.4 MỘT SỐ ỨNG DỤNG CƠ BẢN CỦA HỆ THỐNG LÃI ĐƠN

2.4.1 Tính toán chiết khấu thương phiếu theo lãi đơn

2.4.1.1 Khái niệm

Thương phiếu (Commercial paper) là giấy nhận nợ, cam kết trả nợ vô điều kiện trong một thời gian nhất định. Các doanh nghiệp thường nhận được thương phiếu từ khách hàng trong thanh toán giao dịch thương mại.

Thương phiếu chủ yếu được thể hiện dưới hai hình thức:

1. Hối phiếu (Draft): giấy đòi nợ do người bán ký phát, người mua chỉ ký nhận số nợ phải trả trong một thời gian nhất định.

2. Lệnh phiếu (kỳ phiếu) (Promissory note): giấy cam kết trả tiền vô điều kiện do người mua hàng trực tiếp lập và ký, cam kết sẽ thanh toán số tiền ghi trên thương phiếu vào một ngày nhất định.

Trên một thương phiếu có các yếu tố được xác định:

1. *Mệnh giá của thương phiếu* (Face value): giá trị danh nghĩa thể hiện số tiền phải trả vào thời điểm đáo hạn.

2. *Ngày đáo hạn* (Muturity date, due date): ngày trả tiền ghi

trên thương phiếu.

Chiết khấu thương phiếu (Commercial paper discounting) là nghiệp vụ tín dụng được thực hiện bằng việc bán lại thương phiếu chưa đáo hạn cho ngân hàng.

Đặc điểm của nghiệp vụ tín dụng này là người vay phải trả lãi trước còn người cho vay lại chưa nhận được lãi ngay khi cho vay.

Phí chiết khấu (Discounting premium) là khoản lãi mà doanh nghiệp phải trả khi "vay vốn" của ngân hàng dưới hình thức chiết khấu thương phiếu. Thời hạn tính lãi tính từ ngày chiết khấu đến ngày đáo hạn của thương phiếu.

Lãi suất chiết khấu (Discounting rate) là lãi suất cho vay do ngân hàng quy định khi áp dụng cho nghiệp vụ chiết khấu.

2.4.1.2 Chiết khấu thương phiếu

a. Chiết khấu thương mại

Chiết khấu thương mại hay còn gọi là chiết khấu ngoại toán là một nghiệp vụ tín dụng, qua đó ngân hàng tính phí chiết khấu ngay khi nghiệp vụ chiết khấu phát sinh, trên cơ sở mệnh giá thương phiếu (người vay phải trả trước lãi và các chi phí phát sinh).

Gọi:

F : mệnh giá của thương phiếu

E_c : phí chiết khấu thương mại

r : lãi suất chiết khấu

n : thời gian tính từ ngày chiết khấu đến ngày đáo hạn

a : hiện giá của thương phiếu (Số tiền thực tế ngân hàng trả cho người có thương phiếu ngay khi chiết khấu).

Ta có:

$$\mathbf{E_c = F \cdot n \cdot r}$$

Nếu r tính theo năm ⇒

$$\mathbf{E_c = F \cdot n \cdot \frac{r}{360}}$$

$$a = F - E_c$$

$a = F - F.n.r$

$\mathbf{a = F.(1 - n.r)}$	Nếu r tính theo năm $\Rightarrow$	$\mathbf{a = F.(1 - n . \frac{r}{360})}$

Với công thức tính phí chiết khấu như trên, theo bản chất của lãi đơn thì số lãi phải thanh toán vào ngày đáo hạn. Nhưng thực tế ngân hàng lại tính lãi ngay khi chiết khấu và số lãi được tính trên mệnh giá của thương phiếu (cả vốn lẫn lãi). Theo nguyên tắc thì việc tính toán này chưa hợp lý.

1 Lãi suất chiết khấu thực

Về nguyên tắc, lãi tiền vay phải được tính theo tỷ lệ % trên vốn vay. Song trong chiết khấu thương mại, lãi được tính trên mệnh giá thương phiếu nên lãi suất chiết khấu qui định chỉ là hình thức (danh nghĩa), còn lãi suất chiết khấu thực tế cao hơn lãi suất danh nghĩa.

Nếu gọi:

r_t : lãi suất chiết khấu thực;

E_c : phí chiết khấu thương mại;

F : mệnh giá của thương phiếu;

n : hạn kỳ của thương phiếu;

Ta có công thức xác định lãi suất chiết khấu thực như sau:

$$r_t = \frac{E_c}{F - E_c}$$

Ví dụ 2.9: Một thương phiếu có mệnh giá 50 triệu đồng, kỳ hạn còn chín mươi ngày. Công ty mang tới ngân hàng chiết khấu với lãi suất chiết khấu là 9% /năm. Hãy xác định lãi suất chiết khấu thực.

Giải

Phí chiết khấu thương mại:

$$E_c = F \cdot n \cdot r = 50 \cdot 90 \cdot \frac{9\%}{360} = 1{,}125 \text{ triệu đồng}$$

Lãi suất chiết khấu thực:

$$r_t = \frac{1{,}125}{50-1{,}125} \cdot \frac{360}{90} = 0{,}0921 = 9{,}21\% \text{ /năm}$$

Như vậy, lãi suất chiết khấu hiệu dụng (thực tế) lớn hơn lãi suất chiết khấu thương mại.

b. Chiết khấu hợp lý

Chiết khấu hợp lý hay còn gọi là chiết khấu nội toán được thực hiện theo nguyên tắc, lãi vay phải được tính dựa trên vốn vay. Vì thế, để đảm bảo tính hợp lý, số tiền chiết khấu phải được tính trên số tiền mà ngân hàng trả (cho vay) cho khách hàng của mình.

Nếu gọi E là phí chiết khấu hợp lý, ta có:

$$\mathbf{E = a \cdot n \cdot r}$$

Nếu r tính theo năm ⇒

$$\mathbf{E = a \cdot n \cdot \frac{r}{360}}$$

$$F = a + E = a + a \cdot n \cdot r = a.(1 + n \cdot r)$$

$$a = \frac{F}{(1+n.r)} = F(1 + n.r)^{-1}$$

Ví dụ 2.10

Một doanh nghiệp sử dụng kỳ phiếu 20 triệu đồng có kỳ hạn là ngày 31/07. Ngày 02/05, doanh nghiệp mang tới ngân hàng để chiết khấu với lãi suất chiết khấu là 12% /năm. Hãy tính phí chiết khấu của thương phiếu trên theo:

1. Chiết khấu thương mại;
2. Chiết khấu hợp lý.

Giải

1. Nếu tính theo chiết khấu thương mại:

$$E_c = F \cdot n \cdot r = 20 \cdot \frac{90}{360} \cdot 12\% = 0{,}6 \text{ (triệu đồng)}$$

2. Nếu tính theo chiết khấu hợp lý:

$$PMT = F.(1 + n \cdot r)^{-1} = 20.(1 + \frac{90}{360} \cdot 12\%)^{-1} = 19\,417\,476 \text{ (đồng)}$$

$$E = PMT \cdot n \cdot r = 19\,417\,476 \cdot \frac{90}{360} \cdot 12\% = 582\,524 \text{ (đồng)}$$

c.Chiết khấu thương phiếu thực tế

C1. Chi phí chiết khấu thương phiếu (AGIO)

AGIO là toàn bộ những khoản tiền ngân hàng giữ lại khi chiết khấu thương phiếu.

Trong thực tế, khi cần vốn người ta đem các thương phiếu đến ngân hàng xin chiết khấu. Ngoài số tiền chiết khấu (lãi), ngân hàng còn tính thêm một hay nhiều lệ phí (hoa hồng) và tiền thuế trên các hoạt động tài chính. Toàn bộ các khoản này gọi chung là chi phí chiết khấu.

Chi phí chiết khấu	=	**Phí chiết khấu**	+	**Hoa hồng chiết khấu**	+	**Thuế**

Trong đó:

Phí chiết khấu: được tính theo mệnh giá, lãi suất và thời gian chiết khấu.

Điều kiện về lãi suất:

Lãi suất được áp dụng tùy thuộc vào lãi suất chiết khấu do Ngân hàng qui định cho các thương phiếu gồm:

Lãi suất căn bản được chấp nhận cho một khách hàng là lãi suất tối thiểu của ngân hàng cộng thêm một gia số thay đổi tùy theo sự quan trọng của doanh nghiệp, sự tín nhiệm và số thương vụ giao dịch của khách hàng.

Lãi suất gia tăng được áp dụng cho những thương phiếu có nhiều sự nguy hiểm.

Lãi suất ưu đãi được áp dụng trong những điều kiện đặc biệt.

Tóm lại $\boxed{r = r_0 + x\%}$

Với r_0 là lãi suất tối thiểu quy định, và x% là gia số thay đổi về lãi suất.

1. Điều kiện về thời gian.

Số ngày tính lãi là thời gian thực sự kể từ ngày thương lượng

cho đến ngày đáo hạn cộng thêm hai ngày. Nếu số ngày này quá ít thì ngân hàng sẽ áp dụng một số ngày tối thiểu tùy theo loại thương phiếu.

2. Chiết khấu tối thiểu:

Nếu số tiền chiết khấu quá ít ngân hàng sẽ ấn định, một khoản chiết khấu tối thiểu. Biết tiền chiết khấu tối thiểu, lãi suất r, số ngày đáo hạn n thì có thể suy ra mệnh giá tối thiểu.

2. Tiền hoa hồng

Ngân hàng tính thêm tiền hoa hồng (lệ phí) để bù đắp các phí tổn hành chính và phí tổn thu tiền các thương phiếu. Hoa hồng có thể gồm những loại sau:

Hoa hồng ký hậu (hoa hồng chuyển nhượng – Endorsement commission):

Cách tính khoản này giống như tính chiết khấu: (F . r'. n)

với r' là tỷ suất hoa hồng ký hậu.

Hoa hồng chung: (F.k) với k là tỷ suất hoa hồng chung.

Các loại hoa hồng khác:

Được tính theo tỷ suất trên mệnh giá hoặc trên một số tiền cố định (hoa hồng cố định) gồm các khoản tiền lệ phí phục vụ, chấp thuận chiết khấu, chuyển tiền khác địa phương…

3. Thuế nộp ngân sách

Được tính trên tiền (chiết khấu + hoa hồng) và thuế suất theo quy định được ngân hàng thu cho ngân sách.

Ví dụ 2.11: Tổng số tiền chiết khấu và tiền hoa hồng là 2 000 000 đồng.

Thuế suất quy định 15%

Tiền thuế là 2 000 000 . 15% = 300 000 đồng

Do đó tổng số tiền ngân hàng giữ lại là 2 300 000 đồng

C2. Giá trị ròng

Giá trị ròng là số tiền mà người sở hữu thương phiếu nhận được khi chiết khấu.

Giá trị ròng	**=**	**Mệnh giá**	**-**	**Chi phí chiết khấu**

*** Nhận xét**

Như vậy, giá trị ròng khác với thời giá (hiện giá, giá trị hiện tại). Thời giá là giá trị lý thuyết được dùng để tính toán về sự tương đương của các thương phiếu, còn trong thực tiễn, khi chiết khấu thương phiếu người ta dùng giá trị ròng.

C3. Điều kiện chiết khấu thương phiếu

Một thương phiếu muốn được chấp nhận chiết khấu phải thoả các điều kiện sau:

- Phải đảm bảo đầy đủ các chữ ký quy định;
- Còn trong thời hạn thanh toán;
- Có các điều kiện đảm bảo đối với các thương phiếu có thời hạn lâu;
- Tuân thủ đúng các thủ tục qui định của ngân hàng đối với các thương phiếu cần chiết khấu.

C4. Lãi suất chi phí chiết khấu

Lãi suất chi phí chiết khấu được xác định trên cơ sở AGIO so với mệnh giá thương phiếu được chiết khấu.

Gọi r_e là lãi suất chi phí chiết khấu, F là mệnh giá thương phiếu

$$r_e = \frac{AGIO}{F}$$

C5. Lãi suất chiết khấu thực tế

Lãi suất chiết khấu thực tế được xác định trên cơ sở AGIO so với số tiền khách hàng thực nhận (giá trị ròng) khi đem thương phiếu đi chiết khấu.

Gọi r_r là lãi suất chiết khấu thực tế

$$r_r = \frac{AGIO}{F - AGIO}$$

Ví dụ 2.12: Một thương phiếu mệnh giá 100 triệu đồng, kỳ hạn chín mươi ngày được chiết khấu với lãi suất 10% /năm. Các chi phí khác gồm

- Chi phí phụ: 500 000 đồng
- Tỷ lệ hoa hồng ký hậu: 1,5% /năm.

Xác định lãi suất chiết khấu thực tế và lãi suất chi phí chiết khấu

trong các trường hợp:
a. Thời gian từ ngày chiết khấu đến ngày đáo hạn là sáu mươi ngày;
b. Thời gian từ ngày chiết khấu đến ngày đáo hạn là ba mươi ngày;

Giải

a. Thời gian từ ngày chiết khấu đến ngày đáo hạn là 60 ngày

Phí chiết khấu thương mại: $100\,000\,000 \,.62\, .\dfrac{10\%}{360} = 1\,722\,222$ đồng

Chi phí cố định: 500 000 đồng

Hoa hồng ký hậu: $100\,000\,000 \,.\, 62\, .\, \dfrac{1{,}5\%}{360} = 258\,333$ đồng

Tổng chi phí chiết khấu (AGIO): 2 480 555 đồng

Lãi suất chi phí chiết khấu:

$$r_e = \frac{AGIO}{F}.\frac{360}{n} = \frac{2\,480\,555}{100\,000\,000}.\frac{360}{60} = 0{,}1488 \text{ hay } 14{,}88\% \text{ /năm}$$

Lãi suất chiết khấu thực tế:

$$r_r = \frac{AGIO}{A-AGIO}.\frac{360}{n} = \frac{2\,480\,555}{100\,000\,000-2\,480\,555}.\frac{360}{60} \quad \text{hay } 15{,}26\% \text{ /năm}$$

b. Thời gian từ ngày chiết khấu đến ngày đáo hạn là ba mươi ngày

Phí chiết khấu thương mại: $100\,000\,000\, .\, 32\, .\dfrac{10\%}{360} = 888\,889$ đồng

Chi phí cố định: 500 000 đồng

Hoa hồng ký hậu: $100\,000\,000\, .\, 32\, .\, \dfrac{1{,}5\%}{360} = 133\,333$ đồng

Tổng chi phí chiết khấu (AGIO): 1 522 222 đồng

Lãi suất chi phí chiết khấu:

$$r_e = \frac{AGIO}{F}.\frac{360}{n} = \frac{1\,522\,222}{100\,000\,000}.\frac{360}{30} = 0{,}1827 = 18{,}27\% \text{ /năm}$$

Lãi suất chiết khấu thực tế:

$$r_r = \frac{AGIO}{F-AGIO}.\frac{360}{n} = \frac{1\,522\,222}{100\,000\,000-1\,522\,222}.\frac{360}{30} = 0{,}1855 = 18{,}55\% \text{ /năm}$$

*** Nhận xét**

Do AGIO bao gồm phí chiết khấu và các loại lệ phí nên lãi suất chiết khấu thực tế lớn hơn lãi suất chiết khấu thương mại.

Thời gian từ ngày chiết khấu đến ngày đáo hạn càng ngắn thì lãi suất chiết khấu thực tế càng cao theo gánh nặng của chi phí cố định.

2.4.1.3 Thương phiếu tương đương (Ngang giá - Equivalence)

a. Khái niệm

- Hai vốn (thương phiếu) được gọi là tương đương tại một thời điểm xác định nếu chúng cho cùng một trị giá (thời giá, hiện giá) khi được chiết khấu theo cùng một lãi suất.
- Thời điểm lúc hai vốn tương đương được gọi là ngày tương đương (ngày ngang giá – Equivalent date) và phải xảy ra trước ngày đáo hạn của thương phiếu.
- Tương tự, một thương phiếu được coi là tương đương với nhiều thương phiếu khác nếu thời giá của nó bằng tổng các thời giá của các thương phiếu khác.
- Một số thương phiếu này tương đương với một số thương phiếu khác nếu tổng hiện giá của các thương phiếu này bằng với tổng hiện giá của các thương phiếu kia.

b. Các công thức về thương phiếu tương đương

Dựa trên công thức xác định thời giá của thương phiếu:

$$\mathbf{PMT = F.(1 - n \,.\, r)}$$

Nếu :

F là mệnh giá thương phiếu thứ nhất còn n ngày nữa thì đáo hạn.

B là mệnh giá thương phiếu thứ hai còn p ngày nữa thì đáo hạn.

PMT, b là hiện giá của hai thương phiếu trên.

r là lãi suất chiết khấu vốn

Tại thời điểm tương đương thì: F tương đương với B khi và chỉ khi.

$$PMT = b \quad \Leftrightarrow \quad \boxed{\mathbf{F.(1 - n.r) = B.(1 - p.r)}}$$

Từ công thức trên, ta có thể tính toán ra được n, p, r.

Tương tự, tương đương giữa một thương phiếu có mệnh giá F, hạn kỳ n với nhiều thương phiếu $B_1, B_2 \dots B_n$ có hạn kỳ lần lượt là $n_1, n_2 \dots n_n$ theo lãi suất r được thể hiện qua công thức:

$$a = b_1 + b_2 + \ldots + b_n$$

$$\Leftrightarrow F(1 - n.r) = \sum_{k=1}^{n} B_k(1 - n_k.r)$$

Tương đương giữa nhiều thương phiếu có mệnh giá F_1, $F_2 \ldots F_n$ có hạn kỳ lần lượt là n_1, $n_2 \ldots n_n$ với các thương phiếu mệnh giá B_1, $B_2 \ldots B_m$ có hạn kỳ lần lượt là p_1, $p_2 \ldots p_m$ theo lãi suất r được thể hiện qua công thức:

$$a_1 + a_2 + \ldots + a_n = b_1 + b_2 + \ldots + b_m$$

$$\sum_{k=1}^{n} F_k\ (1 - n_k.r) = \sum_{k=1}^{m} B_k (1 - p_k.r)$$

*** Nhận xét**

- Ngày ngang giá (nếu có) phải ở trước ngày đáo hạn gần nhất và sau ngày lập các thương phiếu.
- Bài toán vô nghiệm nếu hai thương phiếu có cùng mệnh giá nhưng kỳ hạn khác nhau. Nói cách khác, nếu hai thương phiếu có cùng mệnh giá nhưng có ngày đáo hạn khác nhau thì chúng không ngang giá.
- Hai thương phiếu luôn luôn ngang giá nếu chúng có cùng mệnh giá và cùng ngày đáo hạn.
- Trong các trường hợp khác, bài toán có nghiệm duy nhất, nghĩa là nếu hai thương phiếu có mệnh giá khác nhau và ngày đáo hạn khác nhau thì chúng sẽ ngang giá với nhau tại một ngày nhất định nào đó.
- Chỉ có ngày tương đương duy nhất, nghĩa là hai vốn khác nhau về mệnh giá và hạn kỳ nếu đã tương đương tại một ngày xác định thì không thể tương đương vào một ngày khác ngoài ngày đã được xác định.
- Tương tự, chỉ có ngày tương đương duy nhất giữa một số vốn và

tổng nhiều vốn khác hay giữa hai tổng số của nhiều vốn khác nhau.

c. Ứng dụng

Khái niệm ngang giá (tương đương) thương phiếu được áp dụng trong thực tế khi người ta muốn thay đổi điều kiện của một thương phiếu như thay đổi mệnh giá, ngày đáo hạn hoặc với mục đích trao đổi thương phiếu.

Ví dụ 2.13: Ngày 15/06 có một khách hàng mang tới ngân hàng ba thương phiếu có mệnh giá và ngày đáo hạn lần lượt là:

20 triệu đồng - ngày 31/07
50 triệu đồng - ngày 31/08
35 triệu đồng - ngày 30/09

a. Khách hàng đề nghị đổi ba thương phiếu trên bằng một thương phiếu có kỳ hạn 15/09. Xác định thời giá và mệnh giá của thương phiếu trao đổi, biết rằng lãi suất chiết khấu là 10% /năm.

b. Nếu khách hàng đề nghị thay ba thương phiếu trên bằng một thương phiếu có mệnh giá bằng tổng các mệnh giá của ba thương phiếu, xác định ngày đáo hạn của thương phiếu trao đổi biết lãi suất chiết khấu là 10% /năm.

Giải

Gọi:

- F_1, F_2, F_3 ; a_1, a_2, a_3 lần lượt là mệnh giá và thời giá của ba thương phiếu trên
- B, b là mệnh giá, thời giá của thương phiếu trao đổi;
- n_1, n_2, n_3 lần lượt là kỳ hạn của ba thương phiếu
- n kỳ hạn của thương phiếu trao đổi.

a. Áp dụng khái niệm ngang giá, ta có:

$$b = a_1 + a_2 + a_3$$

$$\Leftrightarrow B(1 - n.r) = F_1.(1 - n_1.r) + F_2.(1 - n_2.r) + F_3.(1 - n_3.r)$$

Ta có :

$$B.(1-92.\frac{10\%}{360}) = 20.(1-46.\frac{10\%}{360}) + 50.(1-77.\frac{0,10}{360}) +$$

$$35.(1-107.\frac{10\%}{360})$$

$$B.(1-92.\frac{10\%}{360}) = 102,634722 \text{ triệu đồng}$$

$$\Rightarrow \quad B = 105,326397 \text{ triệu đồng}$$

Vậy mệnh giá của thương phiếu trao đổi là 105 326 397 đồng, thời giá của thương phiếu đó là 102 634 722 đồng.

b. Với B = 105 triệu đồng, ta có:

$$105.(1-n.\frac{10\%}{360}) = 20.(1-46.\frac{10\%}{360}) + 50.(1-77.\frac{10\%}{360}) +$$

$$35.(1-107.\frac{10\%}{360})105 - \frac{10,5}{360}.n = 102,634722 \text{ triệu đồng}$$

$$\Rightarrow \quad n = 81,095239 \text{ ngày}$$

Như vậy, ngày đáo hạn của thương phiếu thay thế là ngày 05/09.

2.4.2 Tính toán trả góp theo lãi đơn

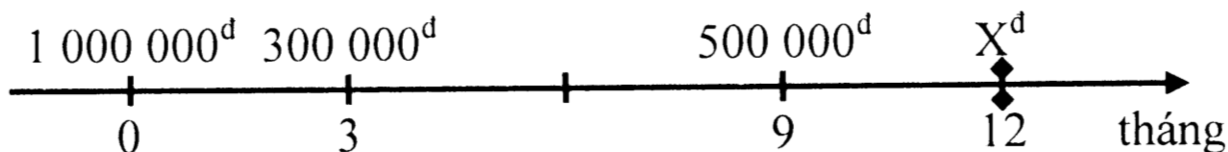
Ví dụ 2.14: Một mặt hàng có giá bán trả ngay bằng tiền mặt là 1 000 000 đồng, nếu mua trả góp thì được thanh toán bằng ba kỳ; kỳ thứ nhất là 300 000 đồng sau khi mua ba tháng, kỳ thứ hai là 500 000 đồng sau khi mua chín tháng, kỳ thứ ba là X đồng lúc đáo hạn (sau khi mua 12 tháng). Tính X nếu lãi suất áp dụng là 20% /năm được tính theo phương pháp lãi đơn.

Tính toán trả góp theo lãi đơn phụ thuộc ngày định giá, có một số các hình thức định giá thường được áp dụng như sau:

2.4.2.1 Tính số tiền thanh toán

a. **Ngày đáo hạn là ngày tương đương**

Tiền lãi sẽ được tính trên số nợ nguyên thủy và trên các kỳ hạn trả góp, ngày tương đương là ngày đáo hạn.



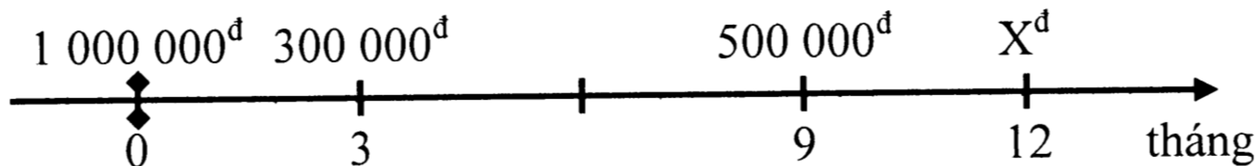
Chọn ngày đáo hạn là ngày tương đương nên theo đồ thị, ta có

phương trình tương đương sau:

$$1\,000\,000.(1+20\%) = 300\,000.(1+\frac{9}{12}\,20\%) + 500\,000.(1+\frac{3}{12}.20\%) + X$$

⇒ X = 330 000 đồng

b. Ngày cho vay (ngày mua) là ngày tương đương



Ngày tương đương là ngày ký khế ước vay tiền tại 0. Theo đồ thị ta có phương trình tương đương sau:

$$1\,000\,000 = 300\,000\left(1-\frac{3}{12}.20\%\right) + 500\,000\left(1-\frac{9}{12}.20\%\right)$$

$$+ X\left(1-\frac{12}{12}.20\%\right) 1\,000\,000 = 285\,000 + 425\,000 + 0{,}8X$$

$$\Rightarrow \quad X = \frac{290\,000}{0{,}8} = 362\,500 \text{ đồng}$$

Ví dụ 2.15: Tính số tiền trả góp

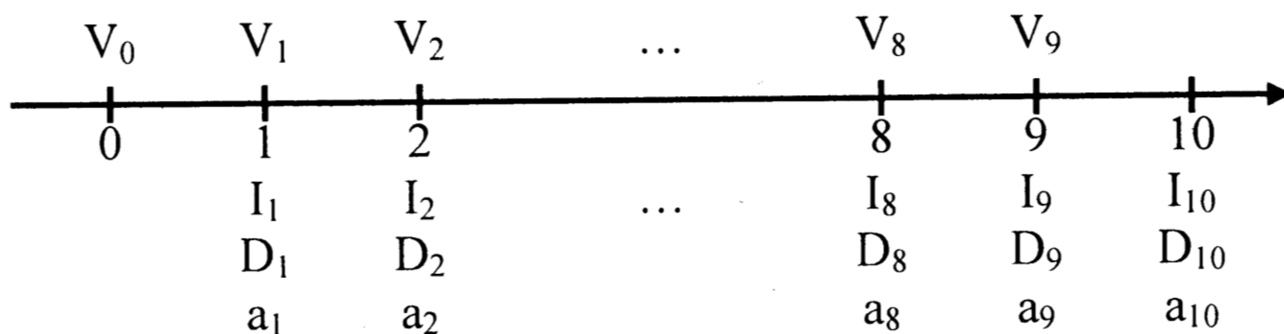
Một tài sản nếu bán trả ngay là 15 000 000 đồng nếu bán dạng trả góp sẽ phải thanh toán như sau:

Trả ngay 5 000 000 đồng khi mua.

Trả bằng mười kỳ trả góp hàng tháng, mỗi kỳ là 1 000 000 đồng cộng thêm tiền lãi trên số vốn còn thiếu nợ, theo lãi suất 1,5% /tháng. Xác định tổng số tiền khách hàng phải trả và giá trị gia tăng do việc mua trả góp.

Biết rằng kỳ trả góp đầu tiên sau khi mua một tháng

Ta có sơ đồ bán trả góp như sau:



trong đó:
V_k với k = 0...9 là số vốn còn thiếu nợ đầu các kỳ thứ (k + 1);
I_k với k = 1...10 là tiền trả lãi hàng kỳ dựa trên dư nợ đầu kỳ;
D_k = 1 000 000 = D, với k = 1...10 là số tiền khấu hao nợ vay (tiền trả vốn gốc hàng kỳ);
$PMT_k = D_k + I_k$: Tiền trả góp ở mỗi chu kỳ

Đầu kỳ đã thanh toán trước 5 000 000 đồng nên số tiền còn thiếu nợ ở đầu kỳ thứ nhất là PV = 10 000 000 đồng.
Tổng số tiền khách hàng thanh toán qua các kỳ được thể hiện :
$PMT_1 + PMT_2 + \ldots + PMT_{10} = (D_1 + I_1) + (D_2 + I_2) + \ldots + (D_{10} + I_{10}) = (D_1 + PV.r) + (D_2 + V_1.r) + \ldots + (D_{10} + V_9.r)$

Do tiền thiếu nợ ở mỗi kỳ giảm 1 000 000 đồng nên tiền lãi mỗi kỳ giảm 15 000 đồng. Ta có thể thấy các kỳ trả góp hợp thành một cấp số cộng thoái với số hạng đầu là 1 150 000 đồng và công sai là -15 000 đồng.
Nên ta có:

$$\sum_{k=1}^{10} a_k = 10\left[1\,150\,000 + \frac{(10-1).(-15\,000)}{2}\right] = 10825\,000 \text{ đồng}$$

Vậy tổng số tiền mà khách phải trả dưới hình thức mua trả góp là:

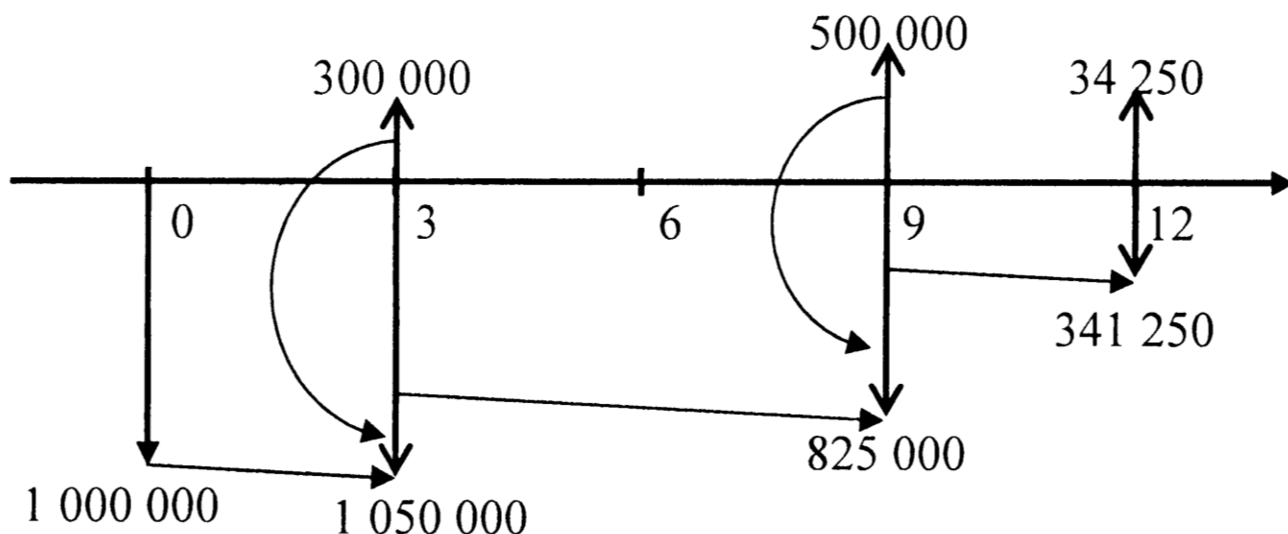
5 000 000 đồng + 10 825 000 đồng = 15 825 000 đồng

Khách hàng đã phải trả tiền thêm so với hình thức bán trả ngay là:

15 825 000 đồng – 15 000 000 đồng = 825 000 đồng

c. Ngày trả góp là ngày tương đương

Sử dụng lại ví dụ 2.14, ta có sơ đồ sau:



Tiền trong mỗi kỳ trả góp được dùng để trả tiền lãi trên số vốn còn thiếu và trừ bớt một phần số nợ.

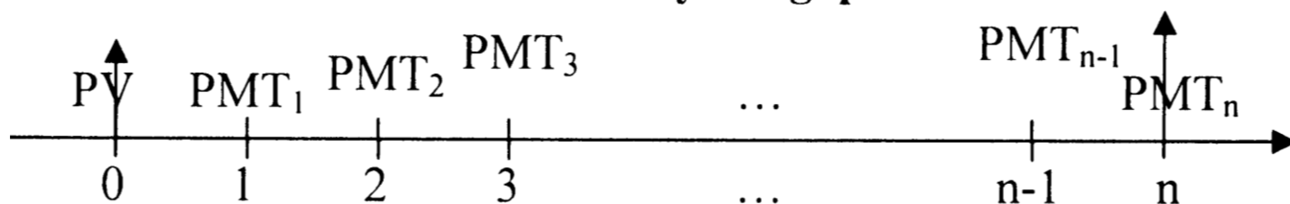
Với ngày tương đương là các ngày trả góp, ta có biểu thức sau:

$$X = \left\{[1\ 000\ 000\left(1 + \frac{3}{12}.20\%\right) - 300\ 000]\right\}$$

$$= \{[1\ 050\ 000 - 3000\ 000](1 + 10\%) - 500\ 000\}(1 + 5\%)$$

= 341 250 đồng.

2.4.2.2 Tính lãi suất và số chu kỳ trả góp theo lãi đơn



Theo đồ thị trên, kỳ trả tiền đầu tiên sau một tháng kể từ thời điểm vay.

trong đó:

PV: vốn đầu tư hay cho vay tại thời điểm 0;

r : lãi suất đầu tư hay cho vay trong một chu kỳ;

n: số chu kỳ đầu tư hay cho vay;

PMT_k: số tiền thanh toán ở (cuối) kỳ thứ k.

a. **Chọn ngày đáo hạn là ngày tương đương**

Ta có phương trình :

$PV(1+n.r) = PMT_1[1+(n-1)r] + PMT_2[1+(n-2)r] + \ldots + PMT_n =$
$\sum_{k=1}^{n} PMT_k[1+(n-k)r]$ (*)

Trường hợp PMT_k bằng nhau và bằng PMT

Khi đó (*) trở thành:

$$PV(1+n.r) = n.PMT + PMT.r.\sum_{k=1}^{n}(n-k)$$

$PV(1+n.r) = n.PMT + PMT.r[(n-1) + (n-2) + (n-3) + \ldots + (n-n)]$

$PV(1+n.r) = n.PMT + PMT.r[n^2 - 1 + 2 + 3 + \ldots + n)]$

$PV(1+n.r) = n.PMT + PMT.r\left(n^2 - n\frac{n+1}{2}\right)$

hay : $PV(1+n.r) = PMT\left(n + r\frac{n^2-n}{2}\right)$

Ví dụ 2.16: Một thiết bị công nghiệp có giá bán thanh toán ngay là 150 000 USD. Nếu bán trả góp thì phải trả trước 50 000 USD, phần còn lại thanh toán làm mười kỳ vào cuối mỗi ba tháng với số tiền cố định là 12 000 USD. Hãy xác định lãi suất trả góp nếu chọn ngày đáo hạn là ngày tương đương.

Biết rằng kỳ trả góp đầu tiên sau ngày thanh toán trước là ba tháng.

Giải

Ta có :

$$100\,000(1+10.r) = 12.000\left(10 + r\frac{10^2-10}{2}\right)$$

$$\Leftrightarrow 46r = 2 \quad \Rightarrow \quad r = 0{,}04347826 \approx 4{,}35\%\ /\text{quý}$$

Ví dụ 2.17: Một thiết bị công nghiệp có giá bán thanh toán ngay là 150 000 USD. Nếu bán trả góp thì phải trả trước 50 000 USD, phần còn lại được thanh toán vào cuối mỗi ba tháng với số tiền không đổi là 12 000 USD và lãi suất trả góp 16% / năm. Hãy xác định số kỳ trả góp nếu chọn ngày đáo hạn là ngày tương đương.

Biết rằng kỳ trả góp đầu tiên sau ngày thanh toán trước là ba tháng

Giải

Ta có :

$$100\ 000\left(1+n.\frac{16\%}{4}\right)=12\ 000\left(n+16\%.\ \frac{n^2-n}{2}\right)$$

$$\Leftrightarrow 0{,}24\ n^2+7{,}76\ n-100=0$$

Giải phương trình ta có : $n_1 = 9{,}872$ và $n_2 = -42{,}206$

Với điều kiện chu kỳ thanh toán $n > 0$ nên ta chọn nghiệm n_1.

b. Chọn ngày cho vay (ngày bán hàng) là ngày tương đương

Nếu chọn ngày cho vay làm căn cứ xác định lãi suất, ta có phương trình:

$$PV = PMT(1-r) + PMT_2(1-2r) + \cdots + PMT_n(1-nr)$$

$$= \sum_{k=1}^{n} PMT_k(1-k.r)$$

Trường hợp PMT_k bằng nhau và bằng PMT

Lúc đó (**) trở thành:

$$PV = n.PMT - PMT.r(1+2+3+\ldots+n)$$

$$PV = n.PMT - PMT.r\left(n\frac{n+1}{2}\right)$$

Hay:

$$PV = n.PMT\left(1 - r\frac{n+1}{2}\right)$$

Với ví dụ 2.16, nếu chọn ngày cho vay là ngày tương đương , ta có

$$100\ 000 = 10\ .\ 12\ 000\left(1-r\frac{10+1}{2}\right)$$

$$\Leftrightarrow 66r = 2 \quad \Rightarrow r = 0{,}03030303 \approx 3{,}03\%\ /\text{quý}$$

Với ví dụ 2.17, nếu chọn ngày cho vay là ngày tương đương , ta có

$$100\ 000 = 12\ 000.n\left(1-\frac{16\%}{4}.\ \frac{n+1}{2}\right)$$

$$\Leftrightarrow 0{,}24\ n^2 - 11{,}76\ n + 100 = 0$$

Giải phương trình ta có : $n_1 = 38{,}049$ và $n_2 = 10{,}951$

Mà : PMT .(1- n.r) > 0 $\Leftrightarrow n < \frac{1}{r} = \frac{1}{\frac{16\%}{4}} \Leftrightarrow n < 25$

Nên ta chọn nghiệm n_2

c. ***Chọn ngày trả góp là ngày tương đương***

Nếu chọn ngày trả góp làm căn cứ xác định lãi suất, ta có phương trình:

$$\left[\left\{\ldots\left[PV(1+r)-PMT_1\right](1+r)-PMT_2\right](1+r)-\ldots\right]\ldots\left.\right]\ldots\left.\right](1+r)-PMT_n\right\} = 0$$

(***)

Trường hợp PMT_k bằng nhau và bằng PMT

Lúc đó (***) trở thành:

$$\left\{\left[\left[PV(1+r)-PMT\right](1+r)-PMT\right](1+r)-\ldots\right]\ldots\left.\right]\ldots\left.\right](1+r)-PMT\right\}=0$$

$\Leftrightarrow PV(1+r)^n - PMT(1+r)^{n-1} - PMT(1+r)^{n-2} - PMT(1+r)^{n-3} - \ldots - PMT(1+r)^{n-n} = 0$

$$\Leftrightarrow PV(1+r)^n = PMT\begin{bmatrix}(1+r)^{n-1} + (1+r)^{n-2} + \\ (1+r)^{n-3} + \cdots + (1+r)^{n-n}\end{bmatrix}$$

$$\Leftrightarrow PV = PMT\begin{bmatrix}(1+r)^{n-1} + (1+r)^{n-2} + (1+r)^{n-3} + \cdots + \\ (1+r)^{n-n}\end{bmatrix}$$

Ta nhận thấy có tổng cấp số nhân :

$$(1+r)^{-1} + (1+r)^{-2} + (1+r)^{-3} + \ldots + (1+r)^{-n}$$

Trong đó : $PMT_1 = (1+r)^{-1}$ và $q = (1+r)^{-1}$

Nên : $PV = PMT.(1+r)^{-1} . \frac{(1+r)^{n-1}-1}{(1+r)^{n-1}-1}$

(xem một số công thức toán cơ bản)

hay : $$PV = PMT\,\frac{1-(1+r)^{-n}}{r}$$

Với ví dụ 2.16 trên, nếu chọn ngày trả góp là ngày tương đương , ta có

$$100\,000 = 12\,000 . \frac{1-(1+r)^{-10}}{r}$$

$$\Leftrightarrow \frac{1-(1+r)^{-10}}{r} = 8{,}3333 = S$$

Tra bảng tài chính số 4 với dòng n = 10,

Ta có $S_1 = 8{,}5302 > S = 8{,}3333 > S_2 = 8{,}1109 \Rightarrow r_1 = 3\% < r < r_2 = 4\%$

Xác định r bằng phương pháp nội suy (xem cuối chương 2)

$$r = r_2 - (r_2 - r_1).\frac{S - S_2}{S_1 - S_2} = 4\% - (4\% - 3\%).\frac{8{,}3333 - 8{,}1109}{8{,}5302 - 8{,}1109} =$$

3,96%/quý

Với ví dụ 2.17 trên, nếu chọn ngày trả góp là ngày tương đương.

$$\text{Ta có : } \frac{1-(1+\frac{16\%}{4})^{-n}}{\frac{16\%}{4}} \Leftrightarrow 1{,}4^n = \frac{1}{0{,}6668}$$

$$\Rightarrow n = \frac{ln\left(\frac{1}{0{,}6668}\right)}{ln1{,}04} = 10{,}35 \text{ quý}$$

⇒ Ta nhận thấy việc trả góp theo lãi đơn với ngày tương đương là ngày trả góp đã làm cho các khoản trả góp được hiểu như các khoản thanh toán đều trong lãi kép (xem chương IV)

MỘT SỐ CÔNG THỨC TOÁN CƠ BẢN

Tổng của n số nguyên liên tiếp:

$$S_n = 1+2+3+...+n = n\frac{(n+1)}{2}$$

Tổng của n tích các số nguyên liên tiếp :

$$S_n = 1.2+2.3+3.4+..+(n-2).(n-1)+(n-1).n = \frac{n(n-1)}{2} + \frac{n(n-1)(2n-1)}{6}$$

Tổng n số hạng của một cấp số cộng :

$$S_n = a_1 + a_2 + \cdots + a_n = \sum_{k=1}^{n} a_k = (a_1 + a_n)\frac{n}{2} = n\left[a_1 + \frac{(n-1)d}{2}\right]$$

Trong đó:

S_n: tổng của một cấp số cộng;
a_1: là số hạng đầu tiên
a_n: là số hạng cuối cùng
d: là công sai cấp số cộng ($d = a_{k+1} - a_k$)

Tổng n số hạng của một cấp số nhân

$$S_n = a_1 + a_2 + \cdots + a_n = \sum_{k=1}^{n} a_k = \frac{a_{n+1} - a_1}{q-1} = a_1\frac{q^n - 1}{q-1}$$

Trong đó:

S_n: tổng của một cấp số nhân
a_1: là số hạng đầu tiên
a_n: là số hạng cuối cùng
q: là công sai bội cấp số nhân ($q = a_{k+1} : a_k$)

BÀI TẬP CHƯƠNG II

Bài 1

Một thương gia thương lượng một hối phiếu 450 000 đồng hạn kỳ từ ngày thương lượng đến ngày đáo hạn của hối phiếu là năm mươi năm ngày với lãi suất chiết khấu ngân hàng áp dụng 20% /năm.Tính số tiền ngân hàng giữ lại và số tiền thương gia nhận được.

Bài 2

Một thương phiếu có mệnh giá A = 128 000 đồng hạn kỳ ngày 22/12 đem thương lượng ngày 10/11 cho một số tiền 124 775 đồng. Tính lãi suất chiết khấu

Bài 3

Một hối phiếu 200 000 đồng chiết khấu lãi suất 24% /năm cho một hiện giá 186 667 đồng. Xác định hạn kỳ của hối phiếu.

Bài 4

Ngày 6/4 một thương gia thương lượng tại ngân hàng các hối phiếu sau đây theo lãi suất 24% /năm.

280 000đồng hạn kỳ 15/5 1 500 000đồng hạn kỳ 2/6

400 000đồng hạn kỳ 25/6 518 000đồng hạn kỳ 5/7

Yêu cầu: Xác định tổng số tiền chiết khấu và tổng hiện giá.

Bài 5

Một hối phiếu 270 000 đồng được chiết khấu theo lãi suất 24% năm. Hãy biểu diễn bằng đồ thị sự biến thiên của hiện giá và tiền chiết khấu theo kỳ hạn n (0 < n < 100 ngày).

Bài 6

Một chủ nợ chấp thuận thay thế một hối phiếu 318 000đồng phải trả trong bốn mươi hai ngày bằng một hối phiếu đáo hạn trong bảy mươi năm ngày cho biết mệnh giá hối phiếu thay thế nếu lãi suất chiết khấu áp dụng là 20% /năm.

Bài 7

Định hạn kỳ của một hối phiếu 1 854 000đồng. Tương đương ngày 14/1 với một hối phiếu 1 900 000 đồng đáo hạn 31/3 lãi suất 20% /năm. Xác định ngày đáo hạn của hối phiếu 1 854 000 đồng.

Bài 8

Cho biết ngày nào, hai hốp phiếu sau đây tương đương theo lãi suất 24% /năm.

- Hối phiếu A = 900 000 đồng trả 4/9
- Hối phiếu B = 887 500 đồng trả ngày 15/8

Bài 9

Cho ba hối phiếu:

B_1= 500 000 đồng P_1= 24 ngày

B_2 = 850 000 đồng P_2 = 36 ngày

B_3 = 1 200 000 đồng P_3 = 60 ngày

Thay ba hối phiếu trên bằng hối phiếu A duy nhất có n = 42 ngày với r = 20% /năm. Xác định A.

Bài 10

Con nợ muốn thay thế hai món nợ + lãi sau đây:

A_1 = 400 000; n_1 = 4 tháng

A_2 = 700 000; n_2 = 6 tháng

Bằng hai kỳ trả trong hai tháng và năm tháng trị giá mỗi kỳ là X với r =24% /năm. Xác định X.

Bài 11

Cho bốn thương phiếu

B_1 = 200 000 đồng hạn kỳ 5/3

B_2 = 650 000 đồng hạn kỳ 10/4

B_3 = 360 000 đồng hạn kỳ 4/5

B_4 = 1 000 000 đồng hạn kỳ 28/5

Yêu cầu: Xác định ngày đáo hạn trung bình của bốn thương phiếu này.

Bài 12

Một người cho vay 250 triệu đồng, lãi suất 10% /năm trong thời gian từ 1/5 đến 15/9. Tính khoản lãi mà người đó thu được?

Bài 13

Một người gửi vào ngân hàng 550 triệu từ ngày 20/4 đến 31/8 thì thu được một khoản lợi tức là 14 630 000 đồng. Xác định lãi suất tiền gửi?

Bài 14

Ngày 1/6, công ty ABC vay của ngân hàng 400 000 000 đồng với lãi suất 10% /năm. Khi đáo hạn, công ty phải trả 408 000 000 đồng. Biết rằng ngân hàng áp dụng phương pháp tính lãi đơn. Hãy xác định ngày đáo hạn của khoản vay trên?

Bài 15

Công ty XYZ vay ngân hàng một số tiền từ ngày 20/4 đến ngày 15/7 với lãi suất 9% /năm. Khi đáo hạn công ty phải trả cả vốn lẫn lãi là 265 590 000 đồng. Tính số tiền công ty đã vay?

Bài 16

Một công ty vay ngân hàng 450 000 000 đồng từ ngày 1/8 đến ngày 12/10. Tính lợi tức mà công ty phải trả cho ngân hàng với lãi suất:

Lãi suất 9,36% /năm.
Lãi suất 0,8% /tháng.

Bài 17

Ngân hàng cho vay một số tiền 300 triệu đồng. Tính lãi đơn với các mức lãi suất thay đổi như sau:

10% /năm	từ 1/2 đến 6/4.
11% /năm	từ 7/4 đến 20/6.
10,5% /năm	từ 21/6 đến 28/7.
9% /năm	từ 29/7 đến 15/9.

Yêu cầu :

a/ Xác định lãi suất trung bình của khoản vốn cho vay trên.

b/ Tính tổng lợi tức mà ngân hang thu được.

Bài 18

Tính tổng lợi tức đạt được từ các khoản cho vay sau:

Vốn vay (triệu đồng)	Thời hạn vay
250	1/4 đến 20/6
300	5/5 đến 8/7
450	7/6 đến 11/8
500	9/7 đến 19/9

Với lãi suất vay:

a. 9% /năm.

b. 0,8% /tháng.

Bài 19

Tính tổng lợi tức thu được từ các khoản cho vay sau:

Vốn vay (triệu đồng)	Lãi suất	Thời hạn vay
100	0,84% /tháng	138 ngày
150	9,72% /năm	68 ngày
180	0,9% /tháng	75 ngày

Bài 20

Ngân hàng cho vay một khoản tiền với các mức lãi suất thay đổi như sau:

1% /tháng trong 68 ngày.

1,1% /tháng trong 112 ngày.

1,2% /tháng trong 45 ngày.

Khi đáo hạn, ngân hàng thu được một khoản lợi tức là 24 525 000 đồng. Hãy xác định số tiền ngân hàng đã cho vay?

Bài 21

Một người đi vay một số tiền 240 triệu đồng trong năm tháng

với lãi suất 10% /năm, lệ phí vay 1 triệu đồng. Nếu lợi tức được trả ngay khi vay, hãy xác định lãi suất thực mà người đó phải chịu?

Bài 22

Một người vay ngân hàng 120 triệu đồng trong tám tháng, lãi suất 8,4% /năm. Chi phí vay bằng 0,5% vốn gốc. Hãy xác định lãi suất thực trong hai trường hợp:

- Lợi tức được trả khi đáo hạn.
- Lợi tức được trả ngay khi nhận vốn.

Bài 23

Một người đi vay 80 triệu đồng từ ngày 15/4 đến 16/8 với lãi suất 0,8% /tháng. Nếu lợi tức phải trả ngay khi nhận vốn. Hãy tính lãi suất thực mà người đó phải gánh chịu.

Bài 24

Ông Hai có một số tiền chia ra gửi ở hai ngân hàng: 3/5 số tiền gửi ở ngân hàng X trong chín tháng, 2/5 số tiền gửi ở ngân hàng Y trong mười lăm tháng. Phương pháp tính lãi được áp dụng là tính lãi đơn. Tổng lợi tức đạt được ở cả hai ngân hàng bằng 11,4% tổng số tiền gửi. Hãy xác định lãi suất tiền gửi?

Bài 25

Ông Ba có một số tiền gửi ở ba ngân hàng khác nhau, ba số tiền này hợp thành một cấp số nhân, số tiền lớn nhất gấp bốn lần số tiền nhỏ nhất. Số tiền lớn nhất gửi ở ngân hàng X, lãi suất 13% /năm. Số tiền nhỏ nhất gửi ở ngân hàng Z, lãi suất 11% /năm. Số tiền còn lại gửi ở ngân hàng Y, lãi suất 12% /năm.

Xác định số tiền ở cả ba ngân hàng, biết rằng sau một năm gửi tiền, tổng lợi tức ông Ba đạt được là 174 triệu đồng.

Bài 26

Một người cho vay 75 triệu đồng, lãi suất 9,6% /năm, từ ngày 25/9 đến 15/12. Tính lợi tức người đó đã thu được?

Bài 27

Một khoản tiền 90 triệu đồng gửi từ ngày 15/5 đến 31/8 thì thu được 1 944 000 đồng lợi tức. Hãy tính lãi suất tiền gửi theo tháng?

Bài 28

Ngày 10/5, công ty vay của ngân hàng 250 triệu đồng. Đến ngày đáo hạn, công ty phải trả cả vốn lẫn lãi là 251 350 000 đồng. Hãy xác định ngày đáo hạn,biết rằng lãi suất là 9,7% /năm.

Nếu đến ngày đáo hạn, ngân hàng đồng ý cho công ty gia hạn khoản nợ trên thêm mười lăm ngày nữa. Hãy tính số lãi công ty phải trả thêm?

Bài 29

Một công ty vay ngân hàng một khoản vốn từ ngày 12/5 đến ngày 31/8, lãi suất 1% /tháng. Khi đáo hạn công ty phải trả tổng cộng 165 920 000 đồng. Xác định số vốn công ty đã vay?

Bài 30

Ngân hàng cho vay một khoản vốn 1 200 triệu đồng với các mức lãi suất như sau:

9% /năm	từ 3/3 đến 5/5.
9,18% /năm	từ 6/5 đến 15/7.
9,36% /năm	từ 16/7 đến 24/9.

Yêu cầu:

a. Tính lãi suất trung bình của các khoản vốn cho vay trên.

b. Tính tổng lợi tức ngân hàng thu được.

Bài 31

Ngân hàng cho vay một số tiền với các mức lãi suất như sau:

2,4% /quý	từ 3/4 đến 12/6.
2,6% /quý	từ 13/6 đến 15/8.
2,8% /quý	từ 16/8 đến 17/12.

Khi đáo hạn ngân hàng thu được một khoản lợi tức là 20 448000 đồng. Xác định số tiền ngân hàng đã cho vay?

Bài 32

Một người mua một kỳ phiếu trị giá 5 triệu đồng, thời hạn hai năm với lãi suất 7,2% /năm, tổng số lợi tức nhận ngay khi mua. Tính lãi suất thực mà người mua đạt được?

Bài 33

Tính tổng lợi tức đạt được từ các khoản đầu tư sau:

Vốn (triệu đồng)	Lãi suất	Thời hạn
108	3% /quý	127 ngày
288	3,6% /quý	98 ngày
153	3,5% /quý	153 ngày

Bài 34

Tính tổng lợi tức đạt được từ các khoản cho vay sau:

Vốn (triệu đồng)	Thời hạn
400	40 ngày
500	45 ngày
200	60 ngày

Với lãi suất:

a. 9,9% /năm.

b. 0,81% /tháng.

Bài 35

Ông Tư có một số tiền chia ra gửi ở ba ngân hàng khác nhau. ba số tiền này hợp thành một cấp số cộng, số tiền lớn nhất gấp năm lần số tiền nhỏ nhất. Số tiền lớn nhất gửi với lãi suất 8% /năm. Số tiền nhỏ nhất gửi với lãi suất 7,6% /năm. Số tiền còn lại gửi với lãi suất 7,8% /năm.

Sau khi gửi được một năm, tổng lợi tức ông Tư thu được là 142 000 000 đồng. Hãy xác định số tiền ông Tư đã gửi ngân hàng?

Bài 36

Một thương phiếu có mệnh giá 500 triệu đồng kỳ hạn ngày 31/08 được chiết khấu ngày 20/06 với lãi suất 12% /năm.

Yêu cầu :

Tính phí chiết khấu thương mại và hiện giá của thương phiếu ?

Tính phí chiết khấu thương mại và hiện giá của thương phiếu nếu ngày chiết khấu là 01/06.

Bài 37

Một doanh nghiệp đem chiết khấu một thương phiếu có giá trị 200 triệu đồng vào ngày 15/10 với lãi suất 12% /năm, phí

chiết khấu 4,8 triệu đồng.

Hãy xác định :

1/ Ngày đáo hạn của thương phiếu

2/ Hiện giá của thương phiếu

Bài 38

Ngày 25/03 có 3 thương phiếu của một khách hàng như sau :

1/ Thương phiếu A : Mệnh giá 120 triệu đồng, kỳ hạn 31/05

2/ Thương phiếu B : Mệnh giá 100 triệu đồng, kỳ hạn 15/06

3/ Thương phiếu C : Mệnh giá 85 triệu đồng, kỳ hạn 03/07

Nếu thay ba thương phiếu trên bằng một thương phiếu có kỳ hạn 30/06.

Hãy xác định hiện giá và mệnh giá của thương phiếu thay thế với lãi suất chiết khấu 19% / năm.

Bài 39

Ngày 25/05, một công ty mang đến ngân hàng chiết khấu một thương phiếu mệnh giá 600 triệu đồng, đáo hạn ngày 31/07 với các điều kiện sau :

1/ Lãi suất chiết khấu : 8,64% /năm

2/ Lệ phí ký hậu : 0,54% /năm

3/ Lệ phí chung : 0,1% /năm

Yêu cầu :

a. Tính tổng AGIO và số tiền ngân hàng trả cho công ty

b. Xác định lãi suất chiết khấu thực tế

Bài 40

Một công ty đem chiết khấu ở ngân hàng ba kỳ phiếu với mệnh giá của các kỳ phiếu tỷ lệ 2:5:9. Ngày đáo hạn lần lượt là 30,45 và sáu mươi ngày. Ngoài phí chiết khấu, ngân hàng còn trích lại :

1/ Lệ phí ký hậu : 0,4% /năm

2/ Lệ phí chung : 0,1% /năm

Số tiền ngân hàng trả cho công ty là 467 653 750 đồng. Nếu mệnh giá của kỳ phiếu thấp nhất là 60 triệu đồng. Hãy xác định lãi suất chiết khấu.

Bài 41

Một hàng hóa nếu bán trả ngay là 120 triệu đồng, nay được thực hiện bán trả góp hàng tháng với số tiền bằng nhau, kỳ trả đầu tiên là một tháng sau khi mua.

Yêu cầu : *Nếu chọn ngày cho vay là ngày tương đương*

a. r = 2% /tháng; n = 10 tháng. Tính PMT ?
b. PMT =13 triệu đồng; n = 10 tháng. Tính r ?
c. PMT = 20 triệu đồng; r = 2% /tháng; Tính n ? Biện luận với yêu cầu n là nguyên chu kỳ.

Bài 42

Một hàng hóa nếu bán trả ngay là 120 triệu đồng, nay được thực hiện bán trả góp hàng tháng với số tiền bằng nhau, kỳ trả đầu tiên là một tháng sau khi vay.

Yêu cầu : *Nếu chọn ngày đáo hạn là ngày tương đương*

a. r = 2% /tháng; n = 10 tháng. Tính PMT ?
b. PMT = 13 triệu đồng; n = 10 tháng. Tính r ?
c. PMT = 20 triệu đồng; r = 2% /tháng; Tính n ? Biên luận với yêu cầu n là nguyên chu kỳ.

Bài 43

Một hàng hóa nếu bán trả ngay là 120 triệu đồng, nay được thực hiện bán trả góp hàng tháng với số tiền bằng nhau, kỳ trả đầu tiên là một tháng sau khi vay.

Yêu cầu : *Nếu chọn các ngày trả góp là ngày tương đương*

a. r = 2% /tháng; n= 10 tháng. Tính PMT ?
b. PMT = 13 triệu đồng; n = 10 tháng. Tính r ?
c. PMT = 20 triệu đồng; r = 2% /tháng; Tính n ? Biện luận với yêu cầu n là nguyên chu kỳ.

Bài 44

Một hàng hóa nếu bán trả ngay là 150 triệu đồng, nay được thực hiện bán trả góp hàng tháng với số tiền tăng dần theo cấp số cộng, kỳ trả đầu tiên là một tháng sau khi vay.

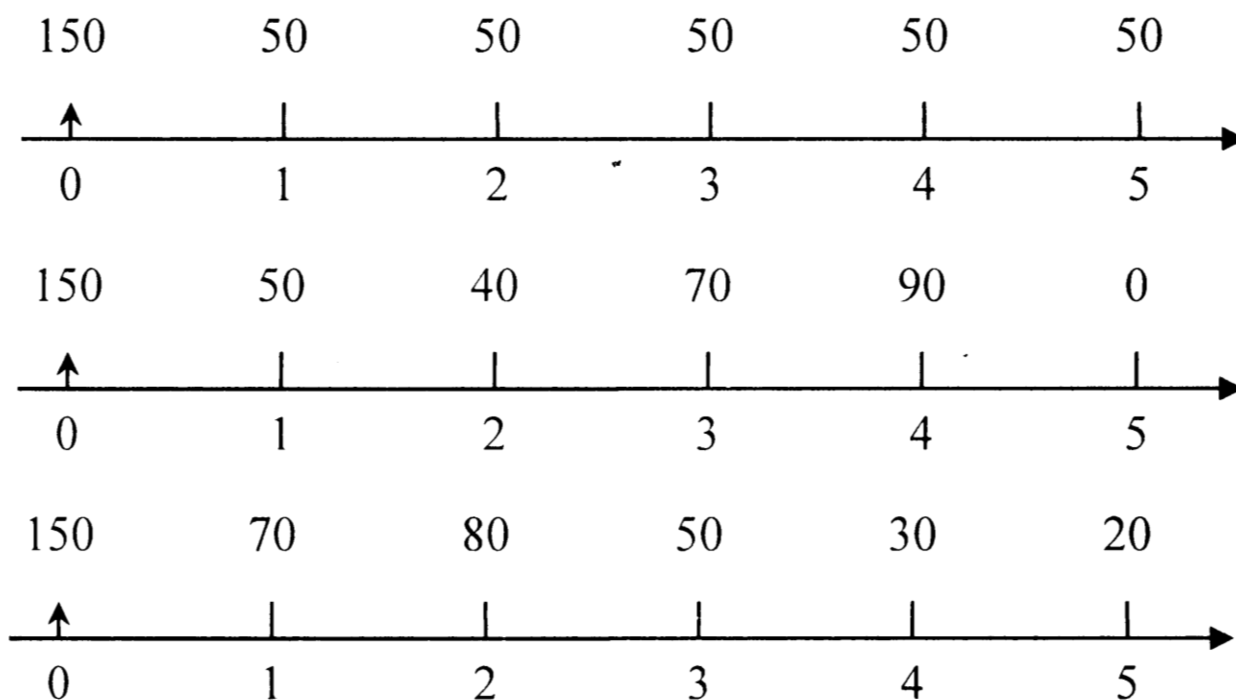
Với r = 2% /tháng; kỳ trả đầu tiên là 10 triệu đồng; công sai của cấp số cộng d = 2 triệu.

Yêu cầu : Hãy tính số lần trả góp

a. Nếu ngày cho vay là ngày tương đương;
b. Nếu ngày đáo hạn là ngày tương đương;
c. Nếu ngày trả góp là ngày tương đương.

Bài 45

Một hàng hóa nếu bán trả ngay là 150 triệu đồng, nếu thực hiện bán trả góp thì có ba hình thức được đưa ra như sau :



Yêu cầu : Hãy cho biết hình thức nào mua có lợi nhất và hình thức nào bán có lợi nhất ?

Bài 46

Một thiết bị nếu bán trả ngay thì giá 12 triệu đồng và được chiết khấu 10% trên giá bán.

Có phương pháp thanh toán khác thì trả ngay 1/3 và chấp nhận hai hối phiếu đồng mệnh giá 5 triệu đồng đáo hạn sau sáu tháng và mười hai tháng kể từ ngày mua.

Yêu cầu :

a/ Hãy cho biết thể thức nào mua có lợi hơn ?

b/ Một người mua muốn thay hai hối phiếu trên bằng một hối phiếu duy nhất có mệnh giá 10 triệu đồng. Hãy xác định ngày

đáo hạn của hối phiếu này, nếu biết ngày mua là 21/04/2002.

Bài 47

Ngày 30/04/2004, một hối phiếu có mệnh giá 100 triệu đáo hạn ngày 01/10/2004 được thay thế bằng một hối phiếu có mệnh giá 80 triệu đồng đáo hạn ngày 31/08/2004.

Yêu cầu : Có thể thay thế được không, nếu lãi suất áp dụng là 16% /năm? Nếu không thay thế được thì phải làm thế nào để có thể thay thế?

Bài 48

Một thiết bị có giá bán trả ngay là 500 triệu đồng, nay được thực hiện bán trả góp hàng thẳng theo điều kiện như sau: sáu tháng đầu, mỗi tháng trả 60 triệu đồng; sáu tháng cuối, mỗi tháng trả 45 triệu đồng.

Các kỳ thanh toán được thực hiện vào cuối mỗi tháng, kỳ trả đầu tiên là một tháng sau khi mua. Hãy xác định lãi suất được áp dụng cho nghiệp vụ này, nếu chọn ngày đáo hạn là ngày tương đương.

Bài 49

Một hàng hoá nếu bán trả ngay là 500 triệu đồng, nay được thực hiện bán trả góp hàng năm (theo lãi đơn) với số tiền (PMT) bằng nhau, kỳ trả đầu tiên là một năm sau khi mua.

Biết r = 1% /tháng, n = 5 năm. Hãy tính PMT.

CHƯƠNG III

HỆ THỐNG LÃI KÉP

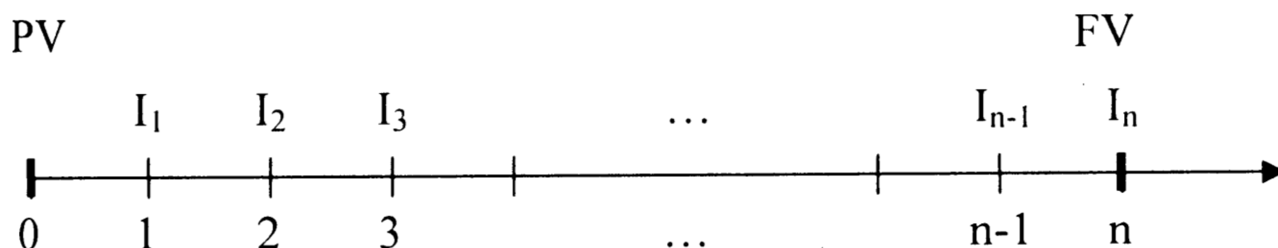
(COMPOUND INTEREST)

Phương thức tính lãi theo lãi kép là phương pháp tính toán mà tiền lãi sau mỗi chu kỳ được nhập vào vốn để sinh lãi cho chu kỳ sau. Như vậy, lãi kép phản ánh giá trị theo thời gian của tiền tệ cho cả phần vốn gốc và phần lãi.

Lãi kép thường được áp dụng trong các nghiệp vụ tài chính dài hạn.

3.1 CÁC CÔNG THỨC CƠ BẢN

Sơ đồ tổng quát đầu tư theo lãi kép



Trong đó:

FV_k là trị giá của vốn đầu tư sau k chu kỳ (k = 1, 2…, n).

I_k là tiền lãi của vốn đầu tư sau k chu kỳ (k = 1, 2…, n).

n: Số chu kỳ đầu tư (số ngày, số tháng, số quý, số năm)

r: Lãi suất của một chu kỳ (Lãi suất 1 ngày, 1 tháng, 1 quý, 1 năm)

3.1.1 Xác định vốn tích lũy sau n chu kỳ

Theo sơ đồ ở hình trên ta có:

$$FV_1 = PV + PV.r = PV.(1 + r)$$
$$FV_2 = V_1 + V_1.r = FV_1.(1 + r) = PV.(1 + r)^2$$
$$FV_3 = V_2 + V_2.r = FV_2.(1 + r) = PV.(1 + r)^3$$

Vậy tổng quát ta có: $\boxed{\mathbf{FV = PV.(1 + r)^n}}$

Ví dụ 3.1 : Tính giá trị của 100 triệu đồng đầu tư theo lãi kép theo lãi suất 4% /quý. Thời gian đầu tư là hai năm.

Giải

Số chu kỳ tính lãi trong hai năm : n = 8 (chu kỳ quý)

Ta có trị giá thu nhập sau hai năm đầu tư là:

$FV_8 = PV(1+r)^8 = 100(1+0,04)^8 = 136,856905$ triệu đồng

3.1.2 Tính lãi suất đầu tư

Từ công thức cơ bản $FV = PV.(1 + r)^n$

Ta có $$r = \sqrt[n]{\frac{FV}{PV}} - 1$$

Ví dụ 3.2 Ngày 01/01/2002, một người gửi 100 triệu đồng vào ngân hàng. Ngày 31/12/2003, kết dư trên tài khoản tại ngân hàng là 136 triệu đồng. Tính lãi suất ngân hàng áp dụng hàng năm ?

Giải

Chu kỳ tính lãi từ 01/01/2002 đến 31/12/2003 : n = 2 năm

Ta có phương trình : $136 = 100(1+r)^2$

$$\Rightarrow \quad r = \sqrt{\frac{136}{100}} - 1 = 0,1662 \text{ hay } 16,62\% \text{ /năm}$$

3.1.3 Tính thời gian đầu tư

Từ công thức $FV = PV.(1+r)^n$

Ta có $$n = \frac{\log\frac{FV}{PV}}{\log(1+r)} = \frac{\ln\frac{FV}{PV}}{\ln(1+r)}$$

Ví dụ 3.3 Tính thời gian gửi của một tài khoản tiết kiệm 125 triệu đồng với lãi suất 18% /năm để có được giá trị là 500 triệu vào lúc đóng tài khoản.

Giải

Áp dụng công thức $n = \frac{\log\frac{FV}{PV}}{\log(1+r)}$

Ta có $n = \frac{\log\frac{500}{125}}{\log(1+18\%)} \approx 8,376$ /năm ≈ 8 năm 4 tháng 15 ngày

3.1.4. Tiền lãi sau n chu kỳ đầu tư

Tổng số tiền lãi kép thu được là sự chênh lệch giữa FV và PV.

Ta có:

$$I_1 = FV_1 - PV$$
$$I_2 = FV_2 - PV$$
$$I_3 = FV_3 - PV$$
$$\ldots$$

$I_n = FV - PV$ mà $FV = PV.(1 + r)^n$

$I_n = PV.(1 + r)^n - PV = PV.[(1 + r)^n - 1]$

Vậy:

$$\mathbf{I_n = PV.[(1 + r)^n - 1] = FV.[1 - (1 + r)^{-n}]}$$

Ví dụ 3.4 : Kho bạc nhà nước phát hành trái phiếu mệnh giá 1 triệu đồng, lãi suất 9% /năm, lãi và gốc trả lúc đáo hạn, thời gian đáo hạn trái phiếu là hai mươi năm kể từ ngày phát hành. Hãy tính lãi của mỗi trái phiếu.

Giải

Áp dụng công thức :

$I_n = PV.[(1 + r)^n - 1] = 1\ 000\ 000.[(1 + 9\%)^{20} - 1] = 4\ 604\ 411$ đồng

3.1.5. Tính giá trị hiện tại và giá trị tương lai của vốn đầu tư

3.1.5.1. Giá trị tương lai

Giá trị tương lai của vốn đầu tư chính là vốn tích lũy sau n chu kỳ, được xác định bằng công thức

$$\mathbf{FV_n = PV_0(1 + r)^n}$$

3.1.5.2. Giá trị hiện tại

Từ công thức : $FV = PV.(1+r)^n$

Ta có: $$PV = FV.(1 + r)^{-n}$$

Ví dụ 3.5 : Một doanh nhân muốn có một số vốn 10 000 triệu đồng vào ngày 31/12/2004. Cho biết số tiền mà ông ta bỏ ra đầu tư theo lãi kép vào ngày 1/1/2000 biết lãi suất đầu tư là 12% /năm.

Giải

Từ 1/1/2000 đến 31/12/2004 là 5 năm, do đó số tiền phải bỏ ra đầu tư là:

$PV = FV.(1 + r)^{-n} = 10\,000\,000\,000(1+ 12\%)^{-5} = 5\,674\,268\,557$ (đồng)

3.1.6. Lãi suất tỉ lệ và lãi suất tương đương

3.1.6.1. Lãi suất tỷ lệ

Hai lãi suất ứng với hai chu kỳ khác nhau được gọi là tỷ lệ với nhau khi tỷ số của chúng bằng tỷ số của hai thời gian tương ứng.

Ví dụ 3.6: Lãi suất 12% năm và lãi suất 3% /quý tỷ lệ với nhau vì:

$$\frac{12\%}{3\%} = \frac{\text{Thời gian năm}}{\text{Thời gian quý}} = \frac{\text{360 ngày}}{\text{90 ngày}} = 4$$

Nếu gọi r là lãi suất hàng năm và r_t là lãi suất một chu kỳ $\frac{1}{t}$ năm, thì r và r_t tỷ lệ với nhau khi:

$$\frac{r}{r_t} = \frac{t}{1} \Leftrightarrow r_t = \frac{r}{t}$$

Gọi FV trị giá của vốn PV đầu tư sau một năm.

- *Trong hệ thống lãi đơn,* FV sẽ không thay đổi khi tăng chu kỳ nhập vốn vì:

$$FV = PV.(1+r) = PV.(1 + 2 \,.\, \frac{r}{2}) = PV.(1 + 4 \,.\, \frac{r}{4})$$

- *Trong hệ thống lãi kép*, ta thấy thuật ngữ *lãi kép* có thể hiểu là lãi gộp vốn, lãi ghép vốn hay lãi nhập vốn. Vì vậy, FV sẽ càng tăng nếu chu kỳ nhập vốn càng nhỏ.

Nếu gọi r_t là lãi suất tỷ lệ của r với:

$$r_t = \frac{r}{2} \text{ (chu kỳ nhập vốn hai lần/năm)}$$

Ta có : $(1+r_t)^2 = 1 + 2.r_t + r_t^2 = 1+2.\frac{r}{2} + \frac{r^2}{4} > 1+r$

Mà $FV = PV.(1+r)$

Và $FV' = PV.(1+r_t)^2 = PV.(1+\frac{r}{2})^2$

Vậy $FV < FV'$

Còn giả sử chu kỳ nhập vốn bốn lần một năm và lãi suất tỷ lệ là: $r_t = \frac{r}{4}$,

ta có: $(1 + r_t)^4 = 1 + 4.r_t + 6.r_t^2 + 4.r_t^3 + r_t^4$

$$= 1 + 4.\frac{r}{4} + 6.\left(\frac{r}{4}\right)^2 + 4.\left(\frac{r}{4}\right)^3 + \left(\frac{r}{4}\right)^4$$

$$= 1 + r + 1{,}5.\frac{r^2}{4} + 4.\left(\frac{r}{4}\right)^3 + \left(\frac{r}{4}\right)^4$$

Như vậy: $FV'' = PV.(1+\frac{1}{4})^4 > FV' = PV.(1+\frac{r}{2})^2 > FV = PV.(1+r)$

Ví dụ 3.7 : Một người đầu tư 100 triệu đồng trong thời gian một năm với lãi suất là 12% /năm.

Hãy tính giá trị vốn sau khi đầu tư theo phương pháp lãi kép biết kỳ ghép vốn là : một năm, sáu tháng, bốn tháng.

Giải

Với kỳ ghép lãi một năm: FV = PV.(1+ r) = 100 (1+12%) = 112 triệu đồng

Với kỳ ghép lãi sáu tháng :

$$FV = PV.(1 + \frac{r}{2})^2 = 100(1+ \frac{12\%}{2})^2 = 112{,}36 \text{ triệu đồng}$$

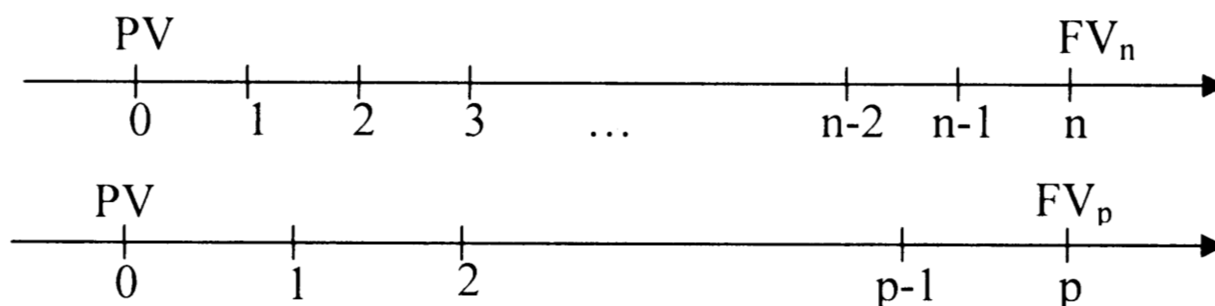
Với kỳ ghép lãi bốn tháng :

$$FV = PV.(1 + \frac{r}{4})^4 = 100(1+ \frac{12\%}{4})^2 = 112{,}550881 \text{ triệu đồng}$$

3.1.6.2. Lãi suất tương đương

Hai lãi suất ứng với hai chu kỳ khác nhau được gọi là tương đương với nhau nếu cùng một vốn đầu tư ban đầu và cùng một thời gian đầu tư trong hệ thống lãi kép, thì chúng cho cùng một giá trị tương lai như nhau.

Hay nói cách khác, lãi suất tương đương là mức lãi suất mà với bất kỳ kỳ ghép lãi nào thì mức lợi tức đạt được sau một thời gian nhất định không thay đổi.



Gọi PV đầu tư trong n chu kỳ với lãi suất r

Ta có: $FV_n = PV.(1 + r)^n$

Và PV đầu tư trong p chu kỳ với lãi suất r_p.

Ta có: $FV_p = PV.(1 + r_p)^p$

r tương đương với r_p khi : $FV_n = FV_p$

$$\Leftrightarrow \quad PV.(1 + r)^n = PV.(1 + r_p)^p$$

$$\Leftrightarrow \quad (1 + r)^n = (1 + r_p)^p$$

$$\Leftrightarrow \quad 1 + r = (1 + r_p)^{\frac{p}{n}}$$

$$\Leftrightarrow \quad r = (1 + r_p)^{\frac{p}{n}} - 1$$

$$\Leftrightarrow \quad r_p = (1 + r)^{\frac{n}{p}} - 1$$

Ví dụ 3.8: Cho lãi suất r = 3% /quý. Xác định lãi suất tương đương chu kỳ một tháng, sáu tháng, một năm.

Giải

- Lãi suất tương đương chu kỳ một tháng là:

$$(1 + 0{,}03)^{\frac{1}{3}} - 1 = 0{,}0099 \qquad (0{,}99\%)$$

- Lãi suất tương đương chu kỳ sáu tháng là:

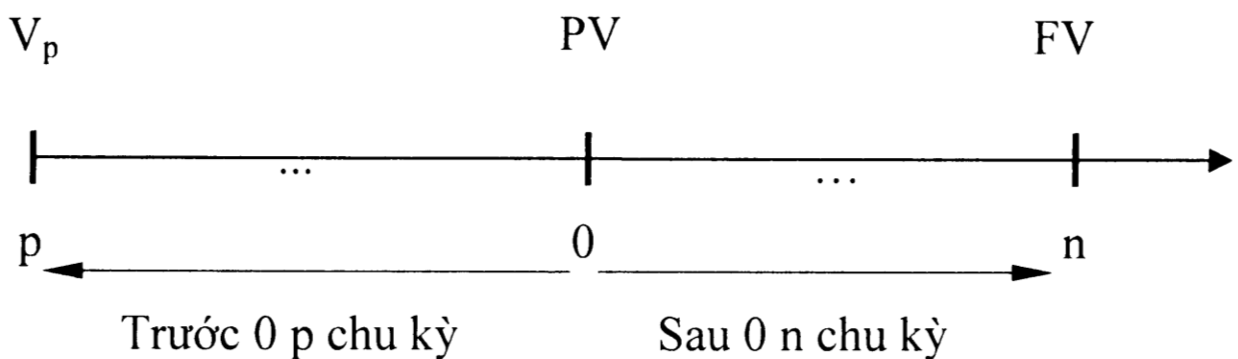
$$(1 + 0{,}03)^{\frac{6}{3}} - 1 = 0{,}0609 \qquad (6{,}09\%)$$

- Lãi suất tương đương chu kỳ một năm là:

$$(1 + 0{,}03)^{\frac{12}{3}} - 1 = 0{,}1255 \qquad (12{,}55\%)$$

3.2. ĐỊNH GIÁ VỐN THEO HỆ THỐNG LÃI KÉP

3.2.1. Nguyên tắc định giá



- Trị giá của vốn sẽ thay đổi tùy theo ngày định giá vì thế việc định giá sẽ được thực hiện theo nguyên tắc :

- Trị giá của vốn tại thời điểm xác định (tại 0) được coi là hiện giá của vốn (ký hiệu PV).

- Trị giá của vốn tại thời điểm sau 0 một khoảng thời gian bằng n chu kỳ (ký hiệu là FV) được xác định bằng PV cộng thêm tiền lãi sinh ra trong khoảng thời gian đầu tư n chu kỳ với

lãi suất là r. **$FV = PV + I_n$**

- Trị giá của vốn tại thời điểm trước 0 một khoảng thời gian là p chu kỳ (ký hiệu là V_p) được xác định bằng PV trừ đi tiền lãi chiết khấu trong khoảng thời gian đầu tư p chu kỳ với lãi suất chiết khấu là r. **$V_p = PV - I_p$**

- Ngày định giá là ngày được chọn để xác định giá trị của vốn tại các thời điểm khác nhau về cùng một thời điểm.

3.2.2. Phương trình tương đương

Dựa trên nguyên tắc định giá, ta có các công thức định giá hay phương trình tương đương như sau:

- Nếu chọn n là ngày định giá

Ta có: $FV = PV(1+r)^n = V_p(1+r)^{p+n}$

- Nếu chọn 0 là ngày định giá

Ta có: $PV = FV(1+r)^{-n} = V_p(1+r)^p$

- Nếu chọn p là ngày định giá

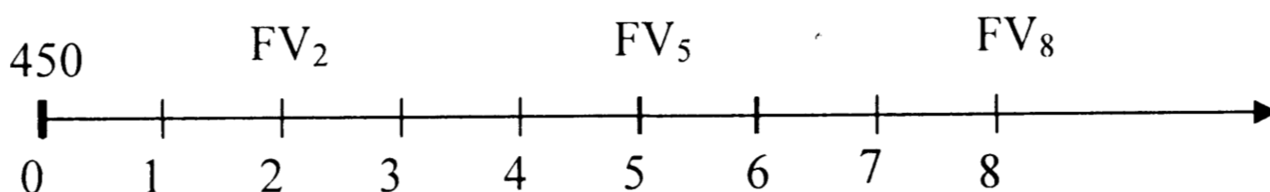
Ta có: $V_p = FV(1+r)^{-(n+p)} = PV(1+r)^{-p}$

Ví dụ 3.9 : Một doanh nghiệp phải thanh toán một món nợ 450 triệu đồng sau năm năm. Hai phương thức thanh toán sau đây được đề nghị trong khế ước :

- Trả trước vào đầu năm thứ ba
- Gia hạn thêm ba năm nữa

Cho biết số tiền phải trả trong mỗi trường hợp, nếu lãi suất áp dụng là 25% /năm.

Giải



- Trường hợp trả trước vào đầu năm thứ ba (hay cuối năm thứ hai)

$$FV_2 = 450(1+0,24)^{-3} = 236,019267$$

Vậy số tiền phải trả là: 236 019 267 đồng

- Trường hợp trả vào cuối năm thứ tám

$$FV_8 = 450(1+0,24)^{3} = 857,9808$$

Vậy số tiền phải trả là: 857 980 800 đồng.

3.3. ỨNG DỤNG CỦA HỆ THỐNG LÃI KÉP

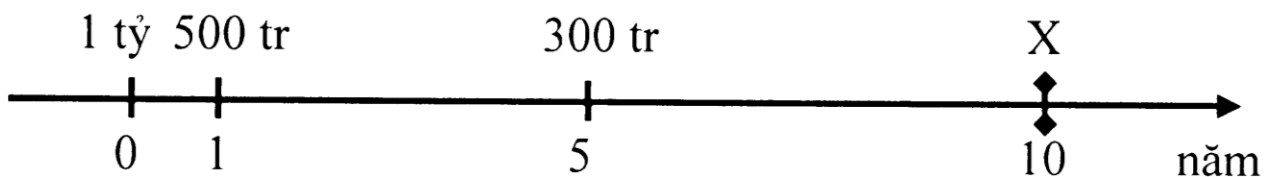
3.3.1. Mua bán trả góp

Trong hệ thống lãi kép nếu hai số vốn tương đương với nhau tại một thời điểm thì chúng sẽ tương đương với nhau tại bất kỳ thời điểm nào khác theo cùng lãi suất.

Ta có thể xem xét điều này qua ví dụ sau :

Ví dụ 3.10 : Một tài sản có giá bán ngay là 1 tỷ đồng, nếu mua trả góp thì được thanh toán bằng ba kỳ: kỳ thứ nhất là 500 triệu đồng sau khi mua một năm, kỳ thứ hai là 300 triệu đồng sau khi mua năm năm, kỳ thứ ba là X đồng sau khi mua mười năm (lúc đáo hạn). Tính X nếu lãi suất áp dụng là 10% /năm.

Giải :



Chọn ngày đi mua là ngày tương đương

Ta có :

$$1\,000 = 500\,(1+10\%)^{-1} + 300\,(1+10\%)^{-5} - X\,(1+10\%)^{-10}$$

$\Leftrightarrow$ X = 931,615615 triệu đồng

Chọn ngày đáo hạn là ngày tương đương

Ta có :

$$X = 1\,000\,(1+10\%)^{10} - 500\,(1+10\%)^{9} - 300\,(1+10\%)^{5}$$

$\Leftrightarrow$ X = 931,615615 triệu đồng

Chọn ngày trả góp là ngày tương đương

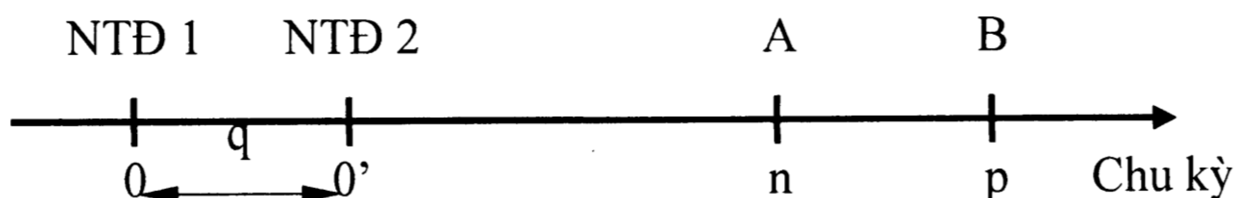
Ta có :

$\{[1\,000(1+10\%)^1 - 500]\,(1+10\%)^4 - 300\}(1+10\%)^5 - X = 0$

$\Leftrightarrow$ X = 931,615615 triệu đồng

Vậy, với cả ba trường hợp thì ở thời điểm đáo hạn đều phải thanh toán khoản cuối cùng là 931 615 615 đồng.

Ta có thể chứng minh như sau :



Giả sử 0 là ngày tương đương ta có:

$$A(1+r)^{-n} = B(1+r)^{-p}$$

Nhân hai vế với $(1+r)^q$;

ta có : $A(1+r)^{-n}.(1+r)^q = B(1+r)^{-p}.(1+r)^q$

$\Leftrightarrow \quad A(1+r)^{-(n-q)} = B(1+r)^{-(p-q)}$

Theo sơ đồ trên, từ 0 đến 0' là q chu kỳ.

Mà : $A(1+r)^{-(n-q)} = B(1+r)^{-(p-q)} \quad \Leftrightarrow$ A tương đương B

Tại 0' giá trị của hai vốn A và B bằng nhau, như vậy 0' là ngày tương đương thứ hai.

Có thể nói : A và B sẽ tương đương ở bất kỳ thời điểm nào trên thang thời gian.

3.3.2. Chiết khấu thương phiếu

3.3.2.1. Thương phiếu tương đương

a. Khái niệm

Hai thương phiếu được gọi là tương đương tại một thời điểm xác định nếu chúng cho cùng một trị giá (thời giá, hiện giá) khi được chiết khấu theo cùng một lãi suất.

Thời điểm lúc hai thương phiếu tương đương được gọi là ngày tương đương (ngày ngang giá – Equivalent date) và phải xảy ra trước ngày đáo hạn của thương phiếu.

Tương tự, một thương phiếu được coi là tương đương với nhiều thương phiếu khác nếu hiện giá của nó bằng tổng các hiện giá của các thương phiếu khác.

Một số thương phiếu này tương đương với một số thương phiếu khác nếu tổng hiện giá của các thương phiếu này bằng với tổng hiện giá của các thương phiếu kia.

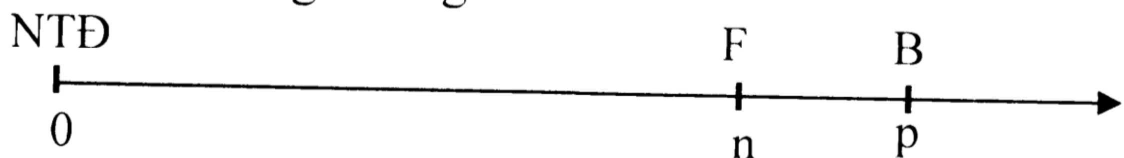
Trong hệ thống lãi kép, nếu hai vốn (thương phiếu) tương đương với nhau tại một thời điểm thì chúng sẽ tương đương tại bất cứ thời điểm nào khác với cùng lãi suất.

b. Các công thức về thương phiếu tương đương

Dựa trên công thức xác định hiện giá của thương phiếu:

$$\mathbf{P = F.(1 + r)^{-n}}$$

Tại thời điểm tương đương :



Nếu :

- F là mệnh giá thương phiếu thứ nhất có n ngày nữa thì đáo hạn;
- B là mệnh giá thương phiếu thứ hai có p ngày nữa thì đáo hạn;
- P, b là hiện giá của hai thương phiếu trên.
- r là lãi suất chiết khấu vốn

F tương đương với B khi và chỉ khi :

$$P = b \quad \Leftrightarrow \quad \boxed{\mathbf{F(1+r)^{-n} = B(1+r)^{-p}}}$$

Từ công thức trên, ta có thể tính toán ra được n, p, r, F, B

Ví dụ 3.11: Một hối phiếu mệnh giá 200 triệu đồng phải trả sau ba năm được thay thế bằng một hối phiếu khác phải trả sau năm năm. Hãy cho biết mệnh giá của hối phiếu thay thế này. Nếu lãi suất là 16% /năm.

Giải

Gọi mệnh giá của hối phiếu thay thế là B

Ta có : $200(1+0,16)^{-3} = B(1+0,16)^{-5}$

$$\Leftrightarrow \quad B = \frac{200(1+0,16)^{-3}}{(1+0,16)^{-5}} = 269,12 \text{ triệu đồng}$$

Vậy, mệnh giá của hối phiếu thay thế là: 269,12 triệu đồng.

Ví dụ 3.12: Một công ty chấp nhận cho khách hàng gia hạn một số nợ 200 triệu đồng, phải trả sau ba năm bằng một kỳ trả khác mà công ty tính là 269,12 triệu đồng. Hãy cho biết thời gian khách hàng phải trả món nợ này. Nếu lãi suất cho vay là 16% /năm.

Giải

Gọi thời gian phải trả món nợ gia hạn là n

Ta có : $200(1+0,16)^{-3} = 269,12(1+0,16)^{-n}$

$$\Leftrightarrow \quad 1,16^{-n} = \frac{200(1+0,16)^{-3}}{269,12} = 0,476113$$

$$\Leftrightarrow \quad -n = \frac{\log 0,476113}{\log 1,16} = -5$$

$$\Leftrightarrow \quad n = 5 \text{ năm}$$

Vậy, sau năm năm khách hàng phải trả món nợ trên.

Ví dụ 3.13: Một thương phiếu mệnh giá 200 triệu đồng đáo hạn sau ba năm được thay thế bằng một thương phiếu khác mệnh giá 269,12 triệu đồng đáo hạn sau năm năm. Tính lãi suất thương phiếu.

Giải

Gọi lãi suất năm của thương phiếu là r

Ta có : $200(1+r)^{-3} = 269,12(1+r)^{-5}$

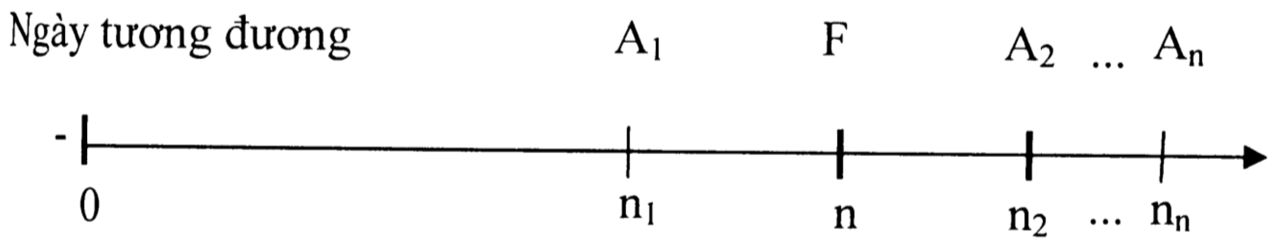
$$\Leftrightarrow \quad (1+r)^2 = \frac{269,12}{200} = 1,3456$$

$$\Leftrightarrow \quad r = \sqrt{1,3456} - 1 = 0,16 = 16\%$$

Vậy lãi suất thương phiếu là 16% /năm

Tương tự, tương đương giữa một thương phiếu có mệnh giá F, hạn kỳ n với nhiều thương phiếu A_1, $A_2 \ldots A_n$ có hạn kỳ lần

lượt là $n_1, n_2 \dots n_n$ theo lãi suất r được thể hiện :



$$\mathbf{PMT = a_1 + a_2 + \dots + a_n \Leftrightarrow F(1+r)^{-n} = \sum_{k=1}^{m} F_k\,(1+r)^{n_k}}$$

Ví dụ 3.14: Cho biết thời gian đáo hạn của thương phiếu 10 triệu đồng, nếu nó có thể được thay thế bằng các thương phiếu khác như sau:

- Thương phiếu 2 triệu đồng đáo hạn sau một năm
- Thương phiếu 4 triệu đồng đáo hạn sau hai năm
- Thương phiếu 5 triệu đồng đáo hạn sau ba năm

Theo lãi suất thỏa thuận 12% /năm.

Giải

Áp dụng công thức :

$$F(1+r)^{-n} = \sum_{k=1}^{m} F_k\,(1+r)^{n_k}$$

$\Leftrightarrow \quad 10\,(1+12\%)^{-n} = 2(1+12\%)^{-1} + 4(1+12\%)^{-2} + 5\,(1+12\%)^{-3}$

$\Leftrightarrow \quad 1,12^{-n} = 0,85334$

$\Leftrightarrow \quad n = \dfrac{\ln 0,85334}{\ln 1,12} = 1,399$

Vậy thời gian đáo hạn của thương phiếu là 1,339 năm hay một năm bốn tháng hai mươi bốn ngày

- Tương đương giữa nhiều thương phiếu có mệnh giá $A_1, A_2 \dots A_n$ có hạn kỳ lần lượt là $n_1, n_2 \dots n_n$ với các thương phiếu mệnh giá $B_1, B_2 \dots B_m$ có kỳ hạn lần lượt là $p_1, p_2 \dots p_m$ theo lãi suất r được thể hiện :

$$a_1 + a_2 + \dots + a_n = b_1 + b_2 + \dots + b_m$$

$$\Leftrightarrow \sum_{k-1}^{m} A_k (1+r)^{-n_k} = \sum_{k=1}^{m} B_k (1+r)^{-p_k}$$

Ví dụ 3.15: Một công ty phải thanh toán ba món nợ :

400 triệu đồng sau một năm

500 triệu đồng sau ba năm

600 triệu đồng sau năm năm

Công ty muốn thay thế bằng hai món nợ bằng nhau với kỳ hạn là hai năm và bốn năm.

Tính giá trị của hai khoản nợ thay thế, nếu lãi suất áp dụng là 18% /năm.

Giải

Gọi X là mệnh giá của hai món nợ thay thế, ta có:

$X(1+0,18)^{-2} + X(1+0,18)^{-4} = 400(1+0,18)^{-1} + 500(1+0,18)^{-3} + 600(1+0,18)^{-5}$

$\Leftrightarrow$ X = 733,860298 triệu đồng

Giá trị của mỗi khoản nợ thay thế là 733 860 298 đồng

c. Kỳ hạn trung bình

Kỳ hạn trung bình của nhiều thương phiếu (vốn) là kỳ hạn của một thương phiếu tương đương có giá trị bằng tổng giá trị các thương phiếu.

Ví dụ 3.16: Tính kỳ hạn trung bình của các thương phiếu sau:

- Thương phiếu 2 triệu đồng đáo hạn sau một năm
- Thương phiếu 4 triệu đồng đáo hạn sau hai năm
- Thương phiếu 5 triệu đồng đáo hạn sau ba năm

Theo lãi suất thỏa thuận 12% /năm.

Giải

Gọi n là kỳ hạn trung bình của ba thương phiếu và F là thương phiếu tương đươngcó thể thay thế ba thương phiếu trên

Ta có:

F = 2 + 4 + 5 = 11 triệu đồng

Và :

$11\ (1+12\%)^{-n} = 2(1+12\%)^{-1} + 4(1+12\%)^{-2} + 5(1+12\%)^{-3}$

⇔ $1,12^{-n} = 0,77576$

⇔ $n = 2,24046$ năm hay là 2 năm 2 tháng 27 ngày

3.3.2.2. Nguyên tắc chiết khấu thương phiếu theo lãi kép

Nếu một thương phiếu có kỳ hạn dài (trên một năm), khi đó phương pháp chiết khấu theo lãi đơn không còn phù hợp vì có thể đưa đến trường hợp tiền chiết khấu bằng hay lớn hơn mệnh giá *thương phiếu.*

Vì vậy, trong trường hợp này người ta sử dụng phương pháp chiết khấu thương phiếu theo lãi kép.

Chiết khấu vốn (thương phiếu) theo lãi kép được xác định :

- Hiện giá của thương phiếu tại ngày thương lượng là PV
- Mệnh giá của thương phiếu tại ngày đáo hạn là FV
- Tiền chiết khấu theo lãi kép E_n (chưa kể hoa hồng và thuế) là sự sai biệt giữa mệnh giá FV và hiện giá PV.

hay :

$$E_n = FV - PV = FV - FV(1+r)^{-n} \Leftrightarrow E_n = FV[1-(1+r)^{-n}]$$

Ví dụ 3.17: Cho biết tiền chiết khấu của một hối phiếu 200 triệu đồng đáo hạn sau hai năm, nếu lãi suất chiết khấu là 18% /năm.

Giải

Ta có : $E_n = FV[1-(1+r)^{-n}]$

$$\Leftrightarrow E_2 = 200[1-(1+0,18)^{-2}]$$

$$\Leftrightarrow E_2 = 56,363114$$

Tiền chiết khấu hối phiếu sẽ là 56 363 114 đồng.

3.3.2.3. Thực hành chiết khấu

Trong thực tế, việc chiết khấu các thương phiếu đòi hỏi phải tốn thêm một số chi phí như :

- Phí chiết khấu
- Hoa hồng các loại mà người cho chiết khấu (ngân hàng) được hưởng
- Thuế phải nộp cho ngân sách

⟶ Tổng chi phí người xin chiết khấu phải chịu là AGIO
Vậy, giá trị mà người xin chiết khấu nhận được là:

Giá trị ròng	**=**	**Mệnh giá**	**–**	**AGIO**

Ví dụ 3.18: Một doanh nhân đem chiết khấu một thương phiếu mệnh giá 180 triệu đồng tại ngân hàng với lãi suất chiết khấu là 8% /năm. Thương phiếu này sẽ đáo hạn sau ba năm sáu tháng. Chi phí khác mà doanh nhân phải chịu là 2% trên mệnh giá thương phiếu. Xác định giá trị ròng mà doanh nhân được hưởng.

Giải

Tiền chiết khấu thương phiếu là :

$$E_{3,5} = 180[1-(1+0,08)^{-3,5}] = 42,504223 \text{ triệu đồng}$$

Chi phí khác mà người xin chiết khấu phải chịu là :

$$180 \,.\, 2\% = 3,6 \text{ triệu đồng}$$

Tổng chi phí người xin chiết khấu phải chịu là :

$$AGIO = 42,504223 + 3,6 \quad = 46,104223 \text{ triệu đồng}$$

Vậy, giá trị ròng mà doanh nhân được nhận khi chiết khấu thương phiếu là :

180 - 46,104223 = 133,895777 triệu hay 133 895 777 đồng

BÀI TẬP CHƯƠNG III

Bài 50

Tính giá trị của 120 triệu đồng đầu tư theo lãi kép theo lãi suất 4% /quý. Thời gian đầu tư là hai năm.

Bài 51

Tính giá trị của vốn 175 triệu đồng đầu tư theo lãi kép trong ba năm tám tháng, lãi suất 15% /năm.

Bài 52

Một doanh nghiệp muốn có một số vốn 15 000 triệu đồng vào ngày 1/1/2005. Cho biết số tiền mà ông ta bỏ ra đầu tư theo lãi kép vào ngày 1/1/2000 biết r = 25% /năm.

Bài 56

Theo một lãi suất nào thì một số vốn sẽ tăng gấp năm lần sau tám năm. Tiền lãi nhập vốn mỗi năm.

Bài 57

Tính thời gian gửi một tài khỏan tiết kiệm với lãi suất 19% /năm, để số vốn ban đầu 125 triệu thành 500 triệu đồng.

Bài 58

Cho biết tiền chiết khấu của một hối phiếu 250 triệu đồng đáo hạn sau ba năm, nếu lãi suất chiết khấu 17% /năm.

Bài 59

Một doanh nghiệp phải thanh toán một món nợ 450 triệu đồng sau năm năm. Hai thể thức sau đây được đề nghị trong khế ước, hoặc trả trước vào đầu năm thứ ba hoặc gia hạn thêm ba năm nữa. Cho biết số tiền phải trả trong mỗi trường hợp, nếu lãi suất áp dụng r = 24% /năm.

Bài 60

Một hối phiếu 200 triệu đồng phải trả sau ba năm được thay thế bằng một hối phiếu khác phải trả sau năm năm. Hãy cho biết mệnh giá của hối phiếu thay thế này. Nếu lãi suất áp dụng là 16% /năm.

Bài 61

Một công ty chấp nhận cho một khách hàng gia hạn một số nợ 1 000 triệu đồng, phải trả sau hai năm bằng một kỳ trả khác mà

công ty tính là 1 650 triệu đồng. Căn cứ vào lãi suất 24% /năm, cho biết thời gian của việc trả món nợ mới này.

Bài 62

Một thương phiếu 20 triệu đồng, đáo hạn trong tám năm được thay thế bằng một hối phiếu khác 10 triệu đồng đáo hạn trong ba năm. Tìm lãi suất.

Bài 63

Một con nợ phải trả các món nợ sau đây: 600 000 đồng sau một năm; 2 500 000 đồng sau hai năm ba tháng; 1 280 000 đồng sau ba năm và 5 000 000 đồng sau bốn năm sáu tháng. Sau khi thương lượng chủ nợ chấp thuận cho thay thế bốn món nợ này bằng một kỳ trả duy nhất sau sáu năm. Với suất 24% /năm, hãy xác định mệnh giá kỳ trả duy nhất.

Bài 64

Cho biết thời gian phải trả 15 triệu đồng, nếu nó được thay thế bằng các món nợ nhỏ sau:
2 triệu đồng phải trả sau hai năm; 4 triệu đồng phải trả sau ba năm; 6,5 triệu đồng phải trả sau năm năm theo lãi suất thỏa thuận 20% /năm.

Bài 65

Tìm kỳ hạn trung bình của ba số nợ trong bài tập 64.

Bài 66

Một công ty phải thanh toán ba món nợ 400 triệu đồng, 1 500 triệu đồng theo thứ tự một năm; ba năm và sáu năm. Công ty muốn thay thế bằng hai món nợ khác đồng mệnh giá theo kỳ hạn thứ tự là hai năm và bốn năm. Tính mệnh giá thay thế, nếu lãi suất áp dụng là 17% /năm.

Bài 67

Một tư nhân ký gởi tiền vào một ngân hàng ngày 1/1/1996 số tiền là 250 triệu đồng. Ngày 1/1/2000 ông ta lấy ra 200 triệu đồng. Ngày 31/12/20033 kết dư tài khoản là 414,955 triệu đồng. Hãy tính lãi suất áp dụng hàng năm.

Bài 68

Chia 5 000 000 đồng cho ba người con theo thứ tự tám tuổi, mười hai tuổi và mười lăm tuổi thế nào sao cho mỗi phần của mỗi người con cộng với phần lãi kép theo lãi suất 12% /năm sẽ như nhau khi họ đều đến tuổi hai mươi mốt.

Bài 69

Một doanh nghiệp đầu tư 1 200 triệu đồng trong sáu năm. Giá trị đạt được sau quá trình đầu tư sẽ gia tăng gấp đôi so với số vốn bỏ ra ban đầu. Xác định lãi suất của hoạt động đầu tư trên (lãi suất kép)

Bài 70

Ngân hàng cho vay một khoản tiền 800 triệu đồng trong bốn năm, lãi gộp vốn ba tháng một lần. Khi đáo hạn, ngân hàng thu được cả vốn lẫn lãi là 1 200 triệu đồng. Xác định lãi suất cho vay?

Bài 71

Một công ty đầu tư 700 triệu đồng, lãi suất đầu tư là 12% /năm (lãi nhập vốn hàng năm). Giá trị đạt được ở cuối đợt đầu tư là 1 350 triệu đồng. Xác định thời gian đầu tư?

Bài 72

Một doanh nghiệp đầu tư một số vốn 1 500 triệu đồng, lãi suất 11% /năm. Tính giá trị đạt được (theo lãi kép) trong những trường hợp sau:

a. Thời gian đầu tư là sáu năm.

b. Thời gian đầu tư là hai năm sáu tháng

Bài 73

Ngân hàng cho công ty A vay 800 triệu đồng, thời hạn vay là bốn năm, lãi suất là 8% /năm. Tính:

a. Tính lợi tức công ty phải trả theo lãi đơn.

b. Tính lợi tức công ty phải trả theo lãi kép.

c. Nếu ngân hàng muốn cho vay theo phương pháp tính lãi đơn nhưng lại muốn thu được lợi tức bằng với lợi tức cho vay theo phương pháp tính lãi kép thì lãi suất ngân hàng phải là bao nhiêu?

Bài 74

Tính lãi suất tương đương với các lãi suất sau:

a. Lãi suất sáu tháng tương đương với lãi suất 12% / năm

b. Lãi suất ba tháng tương đương với lãi suất 13% /năm

c. Lãi suất ba tháng tương đương với lãi suất sáu tháng là 6%.

d. Lãi suất năm tương đương với lãi suất sáu tháng là 5%.

e. Lãi suất năm tương đương với lãi suất ba tháng là 3%.

Bài 75

Ngân hàng cho vay một khoản vốn 360 triệu đồng, tính lãi kép với lãi suất thay đổi như sau:

7% /năm trong ba năm đầu tiên;

7,4% /năm trong ba năm tiếp theo;

7,7% /năm trong hai năm tiếp theo;

8% /năm trong hai năm cuối cùng.

Yêu cầu:

a. Tính giá trị đạt được vào cuối năm thứ mười;

b. Tính lãi suất trung bình để giá trị đạt được không đổi.

Bài 76

Một ngân hàng cho vay 1 200 triệu đồng với các mức lãi suất sau:

1% /tháng trong sáu tháng đầu tiên

1,1% /tháng trong chín tháng tiếp theo

1,2% /tháng trong mười-hai tháng cuối cùng.

Yêu cầu:

a. Tính lợi tức ngân hàng đạt được theo phương pháp tính lãi đơn.

b. Tính lợi tức ngân hàng đạt được nếu lãi gộp vốn ba tháng một lần.

Bài 77

Ngân hàng cho vay một khoản vốn 1 500 triệu đồng với các mức lãi suất như sau:

10% /năm trong chín tháng đầu tiên;

10,5% /năm trong mười lăm tháng tiếp theo;

11% /năm trong mười hai tháng tiếp theo;

10,8% /năm trong mười tám tháng cuối cùng.

Yêu cầu:

a. Tính lợi tức ngân hàng đạt được nếu ngân hàng áp dụng phương pháp tính lãi đơn.

b. Tính lợi tức ngân hàng đạt được nếu lãi gộp vốn ba tháng một lần.

c. Tính lãi suất trung bình trong trường hợp tính lãi kép.

Bài 78

Một công ty vay ngân hàng một khoản vốn với các mức lãi suất biến đổi như sau:

10%/năm trong mười tám tháng đầu tiên;

10,5% trong hai mươi bốn tháng tiếp theo;

11% trong mười lăm tháng cuối cùng.

Nếu lãi gộp vốn sáu tháng một lần và khi đáo hạn công ty phải tra cả vốn lẫn lãi là 893 200 000 đồng, hãy xác định:

a. Lãi suất trung bình của khoản vay trên.

b. Số vốn vay ban đầu.

Bài 79

Ông Hai có một số tiền 200 triệu đồng chia ra gửi ở hai ngân hàng X và Y. Số tiền thứ nhất gửi ở ngân hàng X lãi suất 2%/quý trong thời gian mười lăm tháng, số tiền thứ hai gửi ở ngân hàng Y, lãi suất 2,15%/quý trong thời gian mười hai tháng. Nếu lãi gộp vốn mỗi quý một lần và tổng lợi tức đạt được ở cả hai ngân hàng là 18 984 100 đồng. Hãy xác định số tiền ông Hai gửi ở mỗi ngân hàng?

Bài 80

Ông Ba gửi ngân hàng lần lượt các khoản tiền sau:

- Đầu năm 1998 gửi 50 000 000 đồng.
- Đầu năm 1999 gửi 80 000 000 đồng.
- Đầu năm 2001 gửi 60 000 000 đồng.

Lãi suất là 8% /năm và lãi gộp vốn ba tháng một lần. Xác định số tiền ông Ba có được cuối năm 2002?

Bài 81

Ông Tư gửi ngân hàng lần lượt các khoản tiền sau:

- Đầu năm 1999 gửi 60 000 00Q đồng.

- Đầu năm 2001 gửi 75 000 000 đồng.
- Đầu năm 2002 gửi 68 000 000 đồng.

Nếu lãi gộp vốn ba tháng một lần và đến cuối năm 2002, ông Tư rút ra được cả vốn lẫn lãi là 239 356 000 đồng, hãy xác định lãi suất tiền gửi?

Bài 82

Một doanh nghiệp vay ngân hàng 1 800 triệu đồng, lãi suất bằng 8,8% /năm, lãi gộp vốn sáu tháng một lần. Lệ phí vay bằng 0,75% vốn gốc. Hãy xác định lãi suất thực với thời gian vay là:

a. bốn năm.

b. ba năm ba tháng.

Bài 83

Một công ty vay ngân hàng 1 500 triệu đồng với các mức lãi suất sau:

10% /năm trong ba năm đầu tiên.

9,8% /năm trong ba năm tiếp theo.

9,5% /năm trong bốn năm cuối cùng.

Nếu lệ phí vay là 0,6% vốn gốc, hặy xác định lãi suất thực trung bình của khoản vốn vay trên.

Bài 84

Ngân hàng cho vay một khoản vốn 2 200 triệu đồng trong thời gian năm năm sáu tháng, lãi suất 9% /năm.

a. Tính số tiền ngân hàng thu được theo phương pháp tính lãi đơn.

b. Tính số tiền ngân hàng thu được nếu lãi gộp vốn ba tháng một lần.

c. Nếu ngân hàng áp dụng phương pháp tính lãi đơn nhưng lại muốn thu được giá trị như câu b, thì lãi suất phải là bao nhiêu?

Một người gửi ngân hàng lần lượt các khoản tiền sau:

- Đầu năm 1999, gửi 120 triệu đồng.
- Đầu năm 2000, gửi 90 triệu đồng.
- Đầu năm 2002, gửi 100 triệu đồng.

Lãi suất tiền gửi là 7% /năm. Ở cuối năm 2002, người này rút ra được một số tiền là bao nhiêu nếu:

a. Lãi gộp vốn ba tháng một lần.

b. Lãi gộp vốn sáu tháng một lần.

Bài 85

Một người gửi ngân hàng lần lượt các khoản tiền sau:

68 triệu đồng ở đầu năm 1998.

75 triệu đồng ở đầu năm 2000.

90 triệu đồng ở cuối quý ba năm 2001.

Lãi suất tiền gửi là 8% /năm và lãi gộp vốn ba tháng một lần. Xác định thời điểm để người đó rút ra được cả vốn lẫn lãi 315,893 triệu đồng.

Bài 86

Một người có một số tiền gửi ở hai ngân hàng A và B. 2/5 số tiền trên gửi ở ngân hàng A với lãi suất r% /năm, số tiền còn lại gửi ở ngân hàng B với lãi suất (r + 0,2)% /năm. Sau hai năm gửi tiền, người này thu được một khoản lợi tức bằng 10,467% so với số tiền gửi ban đầu.

Yêu cầu:

a. Xác định lãi suất tiền gửi ở mỗi ngân hàng.

b. Xác định số tiền gửi ở mỗi ngân hàng nếu chênh lệch lợi tức ở hai ngân hàng là 17 503 200 đồng.

Bài 87

Một người gửi ngân hàng các khoản tiền sau:

180 triệu đồng ở ngân hàng X, lãi suất 2% /quý

195 triệu đồng ở ngân hàng Y, lãi suất 2,2% /quý

Nếu khi đáo hạn, người đó thu được 481,473 triệu đồng, hãy xác định thời gian gửi tiền (thời gian gửi tiền ở ngân hàng X và thời gian gửi tiền ở ngân hàng Y là như nhau).

Bài 88

Một người gửi ngân hàng các khoản tiền sau:

200 triệu đồng ở ngân hàng A, lãi suất 1,8% /quý

250 triệu đồng ở ngân hàng B, lãi suất 1,9% /quý.

Nếu khi đáo hạn, người đó thu được cả vốn lẫn lãi 568, 534 triệu đồng, hãy xác định thời gian gửi tiền ở mỗi ngân hàng biết rằng thời gian gửi tiền ở ngân hàng B gấp đôi thời gian gửi tiền ở ngân hàng A.

Bài 89

Một doanh nghiệp vay các khoản tiền sau:

Vay ở ngân hàng A, lãi suất 9% /năm, trong ba năm.

Vay ở ngân hàng B, lãi suất 9,2% /năm, trong hai năm.

Vay ở ngân hàng C, lãi suất 9,6% /năm, trong hai năm sáu tháng.

Lãi gộp vốn ba tháng một lần. Lợi tức phải trả cho ba ngân hàng là 215,866 triệu đồng. Xác định số tiền vay của mỗi ngân hàng biết rằng số tiền vay ở ngân hàng B gấp 1,5 lần số tiền vay ở ngân hàng A, số tiền vay ở ngân hàng C gấp 1,2 lần số tiền vay ở ngân hàng B.

Bài 90

Một người có một số tiền chia ra gửi ở ba ngân hàng.

Số tiền nhỏ nhất gửi ở ngân hàng X, lãi suất 1,8% /quý trong hai năm.

Số tiền lớn nhất gửi ở ngân hàng Y, lãi suất 2% /quý trong ba năm.

Số tiền còn lại gửi ở ngân hàng Z, lãi suất 1,9% /quý trong một năm.

Biết rằng số tiền gửi ở ba ngân hàng tạo thành một cấp số nhân, số tiền lớn nhất gấp 1,44 lần số tiền nhỏ nhất và lợi tức thu được ở ba ngân hàng là 63 350 652 triệu đồng.

Xác định số tiền người đó gửi ở mỗi ngân hàng?

Bài 91

Một công ty đem chiết khấu ở ngân hàng một kỳ phiếu mệnh giá 200 triệu đồng còn một năm nữa đáo hạn, lãi suất chiết khấu (lãi kép) là 8% /năm. Hãy xác định hiện giá và chi phí chiết khấu của kỳ phiếu trên.

Bài 92

Một kỳ phiếu có mệnh giá là 180 triệu đồng, đáo hạn vào năm 2008 với lãi suất 6% /năm. Cuối năm 2003, người ta trao đổi kỳ phiếu trên lấy 1 kỳ phiếu mệnh giá 164 935 335 đồng.

a. Hãy xác định kỳ hạn của kỳ phiếu thay thế

b. Nếu kỳ phiếu thay thế đáo hạn vào cuối năm 2006, xác định mệnh giá của kỳ phiếu thay thế đó.

Bài 93

Một doanh nghiệp đem chiết khấu một thương phiếu mệnh giá 180 triệu đồng tại ngân hàng với lãi suất 7% /năm. Thương phiếu này sẽ đáo hạn sau bốn năm sáu tháng. Xác định hiện giá và chi phí chiết khấu của thương phiếu trên.

Bài 94

Một doanh nghiệp đem chiết khấu một thương phiếu mệnh giá 250 triệu đồng tại ngân hàng với lãi suất 7,2% /năm. Nếu phí chiết khấu là 57 376 370 đồng . Hãy cho biết thương phiếu này bao nhiêu lâu nữa sẽ đáo hạn.

Bài 95

Ngày 01/01, một doanh nghiệp đem chiết khấu một thương phiếu mệnh giá 400 triệu đồng tại ngân hàng với lãi suất 3%/ quý. Nếu phí chiết khấu là 33 943 336 đồng . Hãy xác định ngày đáo hạn của thương phiếu.

Bài 96

Một kỳ phiếu mệnh giá 330 triệu đồng, đáo hạn cuối năm 2005 theo lãi suất 5% /năm. Đầu năm 2000, khách hàng trao đổi kỳ phiếu trên lấy một kỳ phiếu mệnh giá 300 triệu đồng.

a. Xác định kỳ hạn của kỳ phiếu thay thế

b. Nếu kỳ phiếu thay thế đáo hạn vào ngày 30/06/2006, xác định mệnh giá của kỳ phiếu thay thế.

Bài 97

Một thương phiếu A có mệnh giá 400 triệu đồng, đáo hạn sau X năm, được đề nghị thay thế bằng một thương phiếu khác có mệnh giá 600 triệu đồng, đáo hạn sau (X+4) năm. Với lãi suất áp dụng là 20% /năm.

Yêu cầu :

- Tính X
- Biện luận để có thể thực hiện được nghiệp vụ này.

CHƯƠNG IV

CÁC KHOẢN THANH TOÁN THEO CHU KỲ
(ANNUITIES)

4.1. KHÁI NIỆM PHÂN LOẠI CHUỖI TIỀN TỆ (CASHFLOW)

4.1.1. Khái niệm

Chuỗi tiền tệ là một loạt các khoản tiền phát sinh theo chu kỳ, là những khoản tiền sẽ được nhận hoặc sẽ chi trả cách đều nhau theo thời gian (vì vậy chuỗi tiền tệ còn được gọi là *các khoản tiền thanh toán theo chu kỳ*).

Khoảng thời gian không đổi giữa các chu kỳ thu nhập hoặc chi trả được gọi là chu kỳ, chu kỳ có thể là: ngày, tháng, năm ...

Thời gian từ đầu chu kỳ thứ nhất đến cuối chu kỳ cuối cùng gọi là kỳ hạn của chuỗi tiền tệ.

Một chuỗi tiền tệ hình thành khi đã xác định được các yếu tố sau:

Số kỳ thanh toán: n

Số tiền thanh toán mỗi chu kỳ: PMT_k với k = 1…n

Độ dài của một chu kỳ: khoảng cách thời gian giữa hai lần thanh toán (1 năm, 1 tháng, 1 quý…)

Ngày thanh toán đầu tiên.

4.1.2. Phân loại chuỗi tiền tệ

- Căn cứ vào số tiền thanh toán : hai trường hợp

Chuỗi tiền tệ cố định: Số tiền thanh toán ở các kỳ luôn bằng nhau.

Chuỗi tiền tệ biến đổi: Số tiền thanh toán ở các kỳ là khác nhau

- Căn cứ vào thời gian : ba trường hợp

Thời gian thanh toán và số kỳ thanh toán đã được ấn định trước.

Ví dụ: Một số nợ phải thanh toán là mười hai kỳ vào đầu tháng, mỗi kỳ là 200 000 đồng từ 1/1/2006 đến 1/12/2006. Số chu kỳ và thời gian thanh toán đã được ấn định trước vào lúc ký khế ước.

Ví dụ: Tiền hưu trí, tiền bảo hiểm nhân thọ.

Thời gian thanh toán vĩnh viễn, số chu kỳ vô cực.

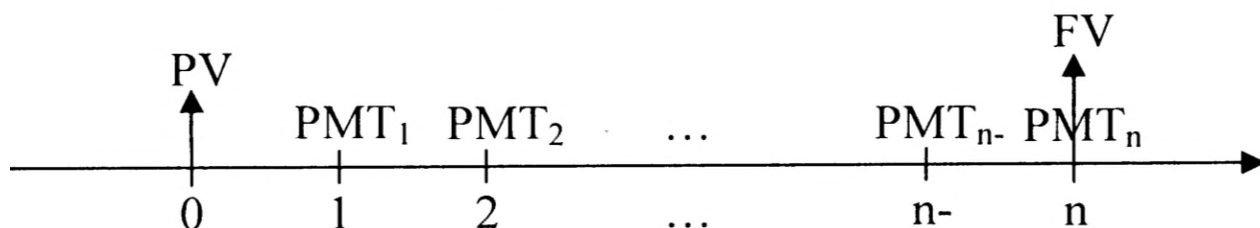
Ví dụ : Gửi tiền vào ngân hàng để nhận tiền lãi.

4.2. CHUỖI TIỀN TỆ PHÁT SINH CUỐI KỲ

Gọi: PMT_k (k = 1…n) là giá trị các khoản thanh toán vào cuối mỗi kỳ.

r : lãi suất áp dụng của 1 chu kỳ

n : số chu kỳ thanh toán.



4.2.1. Tổng giá trị tương lai (giá trị cuối –Definitive value) của các khoản tiền thanh toán cuối chu kỳ

Gọi FV là tổng trị giá tương lai của chuỗi tiền tệ thanh toán cuối kỳ tại thời điểm n, ta có:

$$FV = PMT_1.(1 + r)^{n-1} + PMT_2.(1 + r)^{n-2} + \ldots + PMT_{n-1}.(1 + r) + PMT_n$$

Tổng quát:

$$\mathbf{FV} = \sum_{k=1}^{n} PMT_k(1 + r)^{n-k}$$

Nếu các khoản tiền thanh toán bằng nhau (chuỗi tiền tệ cố định)

$\Leftrightarrow PMT_1 = PMT_2 = \ldots = PMT_{n-1} = PMT_n = PMT_k$

Ta có:

$$FV = PMT + PMT.(1+r) + PMT.(1+r)^2 + \ldots + PMT.(1+r)^{n-2} + PMT.(1+r)^{n-1}$$

Vế phải của đẳng thức là dạng tổng của một cấp số nhân với số hạng đầu tiên là a và công bội là (1+r), do vậy:

$$FV = PMT \,.\, \frac{(1+r)^n - 1}{r}$$

Ví dụ 4.1 : Để có được một số vốn, ông A mở một tài khoản tại ngân hàng ANZ, cứ cuối mỗi năm ông gửi vào tài khoản một số tiền không đổi là 100 triệu đồng. Hãy cho biết số dư trong tài khoản vào lúc ông A rút tiền sau năm năm, nếu lãi suất ngân hàng là 10% /năm.

Giải

Ta có: $FV = PMT.\frac{(1+r)^n - 1}{r}$

$$\Leftrightarrow \quad FV_5 = 100.\frac{(1+10\%)^5 - 1}{10\%} = 610,51$$

Vậy, số dư tài khoản của ông A sau năm năm sẽ là 610,51 triệu đồng

4.2.2. Tổng giá trị hiện tại của các khoản tiền thanh toán cuối chu kỳ

Gọi PV là tổng giá trị hiện tại của các khoản tiền thanh toán cuối chu kỳ được xác định tại thời điểm 0, ta có:

$$PV = PMT_1.(1+r)^{-1} + PMT_2.(1+r)^{-2} + ... + PMT_n.(1+r)^{-n}$$

$$\Rightarrow \quad \boxed{PV = \sum_{k=1}^{n} PMT_k(1+r)^{-k}}$$

Nếu $PMT_1 = PMT_2 = ... = PMT_n = PMT$ và có thời hạn

Ta có:

$$PV = PMT.(1+r)^{-1} + PMT.(1+r)^{-2} + ... + PMT.(1+r)^{-n}$$

PV là tổng các số hạng của một cấp số nhân với số hạng đầu là $PMT.(1+r)^{-n}$ và công bội của cấp số nhân là (1+r)

do đó:

$$PV = PMT.(1+r)^{-n}\frac{(1+r)^n - 1}{(1+r) - 1}$$

$$\Rightarrow \quad \boxed{PV = PMT \cdot \frac{1-(1+r)^{-n}}{r}}$$

Ví dụ 4.2 : Một chuỗi tiền tệ phát sinh cuối kỳ gồm tám kỳ khoản bằng nhau và bằng 20 triệu đồng, lãi suất áp dụng 10% /kỳ. Hãy xác định hiện giá của chuỗi tiền tệ.

Giải

Áp dụng công thức: $PV = PMT \cdot \frac{1-(1+r)^{-n}}{r}$

Ta có : $PV = 20 \frac{1-(1+10\%)^{-8}}{10\%} = 106{,}698524$

Hiện giá của chuỗi tiền tệ trên là 106.698.524 đồng

Nếu $PMT_1 = PMT_2 = \ldots = PMT_n = PMT$ và dài vô thời hạn **(Perpetuity)**

Ta có:

$$PV = PMT.(1 + r)^{-1} + PMT.(1 + r)^{-2} + \ldots + PMT.(1 + r)^{-\infty} \ldots$$

Đây là dạng tổng các số hạng của một cấp số nhân lùi vô hạn có số hạng đầu là $a.(1 + r)^{-1}$ và công bội là $q = (1 + r)^{-1}$, do vậy:

$$PV = \frac{PMT.(1+r)^{-1}}{1-q} = \frac{PMT.(1+r)^{-1}}{1-(1+r)^{-1}} = \frac{PMT}{[1-(1+r)^{-1}](1+r)}$$

$$\Rightarrow \quad \boxed{PV = \frac{PMT}{r}}$$

Ví dụ 4.3 : Hãy xác định hiện giá của cổ phiếu ưu đãi nếu cổ tức cổ phiếu được trả cố định là 1 triệu đồng/năm với lãi suất bình quân là 10% /năm.

Giải

Gọi PV là giá của cổ phiếu ưu đãi hiện tại, ta có :

$$PV = \frac{PMT}{r} = \frac{1}{10\%} = 10$$

Vậy, hiện giá của cổ phiếu ưu đãi là 10 triệu đồng

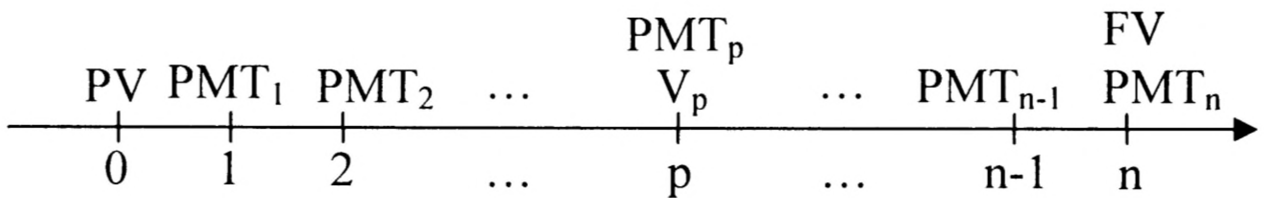
4.2.3. Kỳ hạn trung bình (Average term) của các khoản tiền thanh toán cuối chu kỳ

Kỳ hạn trung bình của các khoản tiền thanh toán cuối chu kỳ là hạn kỳ mà tại thời điểm đó tổng trị giá của các khoản tiền thanh toán bằng với tổng số mệnh giá của các khoản tiền thanh toán.

Nếu xem các khoản tiền thanh toán cuối chu kỳ như những thương phiếu với:

- Mệnh giá của mỗi thương phiếu là PMT_1, PMT_2 ...PMT_n.
- Kỳ hạn của mỗi thương phiếu là 1, 2 ... n kỳ.
- Gọi p là hạn kỳ trung bìnhcủa các thương phiếu trên

Ta có:



$$V_p = PMT.(1+r)^p = \sum_{k=1}^{n} PMT_k$$

⇨ $$(1+r)^p = \frac{V_p}{PV} = \frac{\sum_{k=1}^{n} PMT_k}{PV}$$

⇨ $$\mathbf{p} = \frac{\log \frac{V_p}{PV}}{\log(1+r)} = \frac{\log \frac{\sum_{k=1}^{n} PMT_k}{PV}}{\log(1+r)}$$

Hay:

$$P = \frac{\log \frac{\sum_{k=1}^{n} PMT_k}{\sum_{k=1}^{n} PMT_k (1+r)^{-k}}}{\log(1+r)}$$

Trường hợp chuỗi tiền tệ cố định ($PMT_1 = PMT_2 = ... = PMT_n$), thì hạn kỳ trung bình được tính như sau:

$$V_p = PMT \cdot \frac{1-(1+r)^{-n}}{r} \cdot (1+r)^p = n.PMT$$

⇨ $$(1+r)^p = n \cdot \frac{r}{1-(1+r)^{-n}}$$

⇨ $$p = \frac{\log\left(n \cdot \frac{r}{1-(1+r)^{-n}}\right)}{\log(1+r)}$$

Ta nhận thấy hạn kỳ trung bình độc lập với trị giá của các khoản tiền thanh toán.

Ví dụ 4.4 : Tính hạn kỳ trung bình của chuỗi tiền tệ mười lăm kỳ phát sinh cuối kỳ với lãi suất áp dụng 10% /kỳ.

Giải

Áp dụng công thức : $$p = \frac{\log\left(n.\frac{r}{1-(1+r)^{-n}}\right)}{\log(1+r)}$$

Ta có : $$p = \frac{\log\left(15.\frac{10\%}{1-(1+10\%)^{-15}}\right)}{\log(1+10\%)} = 7{,}125$$

4.2.4. Một số công thức khác áp dụng cho chuỗi tiền tệ cố định phát sinh cuối kỳ

4.2.4.1. Tính kỳ khoản PMT

Từ công thức: $$FV = PMT.\frac{(1+r)^n - 1}{r}$$

$$\Rightarrow PMT = FV.\frac{r}{(1+r)^n - 1}$$

Hoặc từ công thức: $$PV = PMT.\frac{1-(1+r)^{-n}}{r}$$

$$\Rightarrow PMT = PV.\frac{r}{1-(1+r)^{-n}}$$

Ví dụ 4.5 : Ông A gửi ngân hàng mỗi quý một số tiền bằng nhau liên tiếp trong ba năm với lãi suất 8% /năm thì rút được 1 609 450 đồng. Xác định số tiền ông A gửi mỗi quý.

Giải

Áp dụng công thức : $PMT = FV.\dfrac{r}{(1+r)^n - 1}$

Ta có : $$PMT = 1609450.\dfrac{\dfrac{8\%}{4}}{\left(1+\dfrac{8\%}{4}\right)^{12} - 1} = 120000$$

Vậy, mỗi quý ông A gửi vào ngân hàng 120 000 đồng

4.2.4.2. Tính lãi suất r

Từ công thức: $FV = PMT.\dfrac{(1+r)^n - 1}{r}$

$$\Rightarrow \quad \frac{FV}{PMT} = \frac{(1+r)^n - 1}{r}$$

Ta có thể tính được lãi suất r dựa vào bảng tài chính số 3 và áp dụng công thức nội suy.(xem phương pháp nội suy cuối chương IV)

Ví dụ 4.6 : Hãy xác định lãi suất của một chuỗi tiền tệ gồm mười kỳ khoản phát sinh cuối kỳ, giá trị mỗi kỳ khoản là 16 triệu, giá trị tương lai là 200 triệu đồng.

Giải

Áp dụng : $\dfrac{FV}{PMT} = \dfrac{(1+r)^n - 1}{r}$

$$\Leftrightarrow \quad \frac{200}{16} = \frac{(1+r)^{10} - 1}{r} = 12{,}5 = S$$

Tra bảng tài chính số 3, dòng n = 10, ta có :

$S_1 = 12{,}288209 < S = 12{,}5 < S_2 = 12{,}577893$

$\Leftrightarrow \qquad r_1 = 4,5\% < r < r_2 = 5\%$

Áp dụng công thức nội suy :

$$r = r_1 + (r_2 - r_1)\frac{S - S_1}{S_2 - S_1}$$

$$\Leftrightarrow\ r = 4,5\% + (5\% - 4,5\%)\frac{12,5 - 12,288209}{12,577893 - 12,288209} = 4,87\%$$

Vậy lãi suất của chuỗi tiền tệ trên là 4,87% /kỳ.

Từ công thức: $\qquad PV = PMT.\frac{1-(1+r)^{-n}}{r}$

$$\Rightarrow \qquad \frac{PV}{PMT} = \frac{1-(1+r)^{-n}}{r}$$

Ta có thể tính được lãi suất r dựa vào bảng tài chính số 4 và áp dụng công thức nội suy.(xem phương pháp nội suy cuối chương 4)

Ví dụ 4.7 : Hãy xác định lãi suất của một chuỗi tiền tệ gồm mười kỳ khoản phát sinh cuối kỳ, giá trị mỗi kỳ khoản là 16 triệu, giá trị hiện tại là 100 triệu đồng.

Giải

Áp dụng $\qquad : \qquad \frac{PV}{PMT} = \frac{1-(1+r)^{-n}}{r}$

$$\Leftrightarrow \qquad \frac{100}{16} = \frac{1-(1+r)^{-10}}{r} = 6,25 = S$$

Tra bảng tài chính số 4, dòng n = 10, ta có :

$S_1 = 6,278798 > S = 6,25 > S_2 = 6,144576$

$\Leftrightarrow \quad r_1 = 9,5\% < r < r_2 = 10\%$

Áp dụng công thức nội suy :

$$r = r_2 - (r_2 - r_1)\frac{S - S_2}{S_1 - S_2}$$

$$\Leftrightarrow r = 10\% - (10\% - 9{,}5\%)\frac{6{,}25 - 6{,}144576}{6{,}278798 - 6{,}144576} = 9{,}61\%$$

Vậy lãi suất của chuỗi tiền tệ trên là 9,61% /kỳ.

4.2.4.3. Tính số kỳ thanh toán n

Từ công thức: $$FV = PMT.\frac{(1+r)^n - 1}{r}$$

$$\Rightarrow \quad n = \frac{\log\left(\frac{FV.r}{PMT} + 1\right)}{\log(1+r)}$$

Ta có thể tính được n bằng công thức trên hay bằng cách tra bảng tài chính 3.

Tuy nhiên, nếu n không phải là một số nguyên chúng ta phải biện luận.

a. Phương pháp biện luận tổng quát

Giả sử ta tính được n là một số dương, lẻ

Với n_1, n_2 là số nguyên và $(n_2 - n_1) = 1$, sao cho : $n_1 < n < n_2$

Ta sẽ biện luận với :

+ *Giả định* $n = n_1$

Gọi: FV_1 là giá trị tương lai của chuỗi tiền tệ với số chu kỳ n_1

Thì : $FV > FV_1$.

Muốn đạt được giá trị FV thì chúng ta có thể lựa chọn các cách sau :

- Thay đổi các kỳ khoản
- Giữ nguyên các kỳ khoản và chỉ thay đổi kỳ khoản cuối cùng bằng cách tăng kỳ khoản cuối cùng lên thêm một khoản $(FV - FV_1)$

hay : $PMT_{n_1} = PMT_n + (FV - FV_1)$

- Giả định $n = n_2$

Gọi : FV_2 là giá trị tương lai của chuỗi tiền tệ với số chu kỳ n_2

thì : $FV < FV_2$

Muốn đạt được giá trị FV thì chúng ta có thể lựa chọn các cách sau :

- Thay đổi các kỳ khoản
- Giữ nguyên các kỳ khoản và chỉ thay đổi kỳ khoản cuối cùng bằng cách giảm kỳ khoản cuối cùng xuống một khoản

$(FV_2 - FV)$

hay : $PMT_{n_2} = PMT_n - (FV_2 - FV)$

+ Giả định $n = n_1$ và đợi một thời gian để vốn tiếp tục sinh lợi đến khi đủ số vốn cần thiết.

Gọi m là thời gian cần để cho số vốn sinh lời theo lãi kép.

Lúc này ta có : $FV = FV_1(1+r)^m$

$$\Leftrightarrow \quad (1+r)^m = \frac{FV}{FV_1}$$

$$\Rightarrow \quad m = \frac{\log\left(\frac{FV}{FV_1}\right)}{\log(1+r)}$$

Ví dụ 4.8 : Công ty Anpha cần một số vốn là 500 000USD. Cuối mỗi năm, công ty gửi vào ngân hàng 50 000USD. Với lãi suất ngân hàng là 10% /năm thì sau bao nhiêu năm công ty có được số vốn trên.

Giải

Áp dụng công thức: $$n = \frac{\log\left(\frac{FV.r}{PMT}+1\right)}{\log(1+r)}$$

$$\Leftrightarrow \qquad n = \frac{\log\left(\frac{500000\ .10\%}{50000}+1\right)}{\log(1+10\%)} = 7{,}273$$

Biện luận n nguyên : 7 < n < 8

+ Chọn n = 7

Ta có : $$FV_7 = 50000.\frac{(1+10\%)^7-1}{10\%} = 474358{,}55$$

Chênh lệch tại n:

$\Delta_V = FV - FV_7 = 500\,000 - 474358{,}55 = 25.641{,}45$

Công ty có thể lựa chọn các phương án :

Thay đổi PMT

$$PMT' = 500\,000\ .\frac{10\%}{(1+10\%)^7-1} = 52\,702{,}74985\ USD$$

Cuối mỗi năm công ty sẽ gửi vào ngân hàng một khoản tiền bằng nhau và bằng 52 702,74985 USD thì đến cuối năm thứ bảy công ty sẽ có số vốn là 500 000 USD

- Thay đổi PMT_n:

$PMT_7 = PMT + \Delta_V = 50\,000 + 25\,641{,}45 = 75\,641{,}45$ USD

sáu năm đầu, công ty gửi vào ngân hàng mỗi năm 50 000 USD, cuối năm thứ bảy công ty gửi vào ngân hàng 75 641,45 USD thì công ty sẽ có được số vốn 500 000 USD

+ Chọn n = 8

Ta có : $FV_8 = 50\ 000 . \frac{(1+10\%)^8 - 1}{10\%} = 571\ 794{,}405$

Chênh lệch tại n:

$\Delta_V = FV_8 - FV = 571\ 794{,}405 - 500\ 000 = 71\ 794{,}405$

Công ty có thể lựa chọn các phương án :

- Thay đổi PMT

$$PMT'' = 500\ 000 . \frac{10\%}{(1+10\%)^8 - 1} = 43\ 722{,}00879USD$$

Cuối mỗi năm công ty sẽ gửi vào ngân hàng một khoản tiền bằng nhau và bằng 43 722,00879 USD thì đến cuối năm thứ tám công ty sẽ có số vốn là 500 000 USD

- Thay đổi PMT_n:

$$PMT_8 = PMT - \Delta_V = 50\ 000 - 71\ 794{,}405 < 0$$

⇨ Không cần biện luận trường hợp này, hay nói cách khác, công ty không cần gửi vào ngân hàng khoản tiền thứ tám để có số vốn 500 000 USD mà có thể đợi thêm một thời gian để khoản tiền gửi của bảy kỳ sinh lãi.

+ Chọn n = 7 và đợi sinh lãi :

Ta có : $FV_7 = 474.358{,}55$

Thời gian sinh lãi của số vốn FV_7 để có được FV là :

$$m = \frac{\log\left(\frac{500\ 000}{474\ 358{,}55}\right)}{\log(1+10\%)} = 0{,}55235$$

Vậy, công ty sẽ có số vốn 500 000 USD tại thời điểm bảy năm sáu tháng mười chín ngày

Từ công thức: $PV = PMT.\frac{1-(1+r)^{-n}}{r}$

⇨ $$n = -\frac{\log\left(1 - \frac{PV.r}{PMT}\right)}{\log(1+r)}$$

Ta có thể tính được n bằng công thức trên hay bằng cách tra bảng tài chính 4

b. Phương pháp biện luận tổng quát

Giả sử ta tính được n là một số dương, lẻ

Với n_1, n_2 là số nguyên và $(n_2 - n_1) = 1$, sao cho : $n_1 < n < n_2$

Ta sẽ biện luận với :

+ *Giả định* $n = n_1$

Gọi : PV_1 là giá trị hiện tại của chuỗi tiền tệ với số chu kỳ n_1

Thì : $PV > PV_1$

Muốn đạt được giá trị PV thì chúng ta có thể lựa chọn các cách sau :

- Thay đổi các kỳ khoản
- Giữ nguyên các kỳ khoản và chỉ thay đổi kỳ khoản cuối cùng bằng cách tăng kỳ khoản cuối cùng lên thêm một khoản: $(PV - PV_1)(1 + r)^{n_1}$

hay : $PMT_{n_1} = PMT_n + (PV - PV_1)(1 + r)^{n_1}$

+ *Giả định* $n = n_2$

Gọi : PV_2 là giá trị tương lai của chuỗi tiền tệ với số chu kỳ n_2

Thì : $PV < PV_2$

Muốn đạt được giá trị PV thì chúng ta có thể lựa chọn các cách sau :

Thay đổi các kỳ khoản

Giữ nguyên các kỳ khoản và chỉ thay đổi kỳ khoản cuối cùng bằng cách giảm kỳ khoản cuối cùng xuống một khoản

$(PV_2 - PV)(1 + r)^{n_2}$ hay : $PMT_{n_2} = PMT_n + (PV_2 - PV)(1 + r)^{n_2}$

Ví dụ 4.9: Công ty Anpha mua một tài sản, giá bán trả ngay là 200 000USD với hình thức trả góp : Cuối mỗi năm, công ty trả cho doanh nghiệp bán tài sản 50 000USD với lãi suất thoả thuận là 10% /năm thì sau bao nhiêu năm công ty thanh toán xong khoản nợ trên.

Giải

Áp dụng công thức : $n = -\dfrac{\log\left(1 - \dfrac{PV.r}{PMT}\right)}{\log(1+r)}$

$$\Leftrightarrow \qquad n = -\frac{\log\left(1 - \dfrac{200000.10\%}{50000}\right)}{\log(1+10\%)} = 5,36$$

Biện luận n nguyên : $5 < n < 6$

+ Chọn n = 5

Ta có : $PV' = 50000.\dfrac{1-(1+10\%)^{-5}}{10\%} = 189539,3385$

Chênh lệch tại 0 :

$\Delta_{V'}$ = PV –PV'= 200.000 – 189.539,3385 = 10.460,6615

Công ty có thể lựa chọn các phương án :

+ Thay đổi MPT

$$PV' = 200000\ .\frac{10\%}{1-(1+10\%)^{-5}} = 52759,49616\ USD$$

Cuối mỗi năm công ty thanh toán một khoản tiền bằng nhau và bằng 52 759,49616 USD thì đến hết năm thứ năm công ty sẽ thanh toán hết nợ.

+ Thay đổi PMT_n:

Ta phải tính chênh lệch $\Delta_{V'}$ về thời điểm n :

$$\Delta_{Vn'} = \Delta_{V'}(1+r)^n = 10\ 460,6615(1+10\%)^5 \approx 16\ 847\ USD$$

Khoản thanh toán cuối cùng sẽ là :

$$PMT_5 = PMT + \Delta_{Vn'} = 50\ 000 + 16\ 847 = 66\ 847\ USD$$

Vậy, bốn năm đầu, công ty thanh toán mỗi năm 50 000 USD, cuối năm thứ năm công ty thanh toán nốt 66 847 USD thì hết nợ.

+ Chọn n = 6

Ta có : $$PV''= 50000.\frac{1-(1+10\%)^{-6}}{10\%} = 217763{,}035$$

Chênh lệch tại 0:

$\Delta_{V''}$ = PV" – PV = 217 763,035 – 200 000 = 17 763,035

Công ty có thể lựa chọn các phương án :

+ Thay đổi PMT

$$PMT''= 200000\ .\frac{10\%}{1-(1+10\%)^{-6}} = 45921{,}47607\ USD$$

Cuối mỗi năm công ty sẽ thanh toán một khoản tiền bằng nhau và bằng 45 921,47607 USD thì đến hết năm thứ sáu công ty sẽ thanh toán hết nợ.

+ Thay đổi PMT_n:

Ta phải tính chênh lệch $\Delta_{V''}$ về thời điểm n :

$$\Delta_{Vn''} = \Delta_{V''}(1+r)^n = 17\ 763{,}035(1+10\%)^6 \approx 31\ 468\ USD$$

Khoản thanh toán cuối cùng sẽ là :

$$PMT_6 = PMT - \Delta_{Vn''} = 50\ 000 - 31\ 468 = 18\ 532\ USD$$

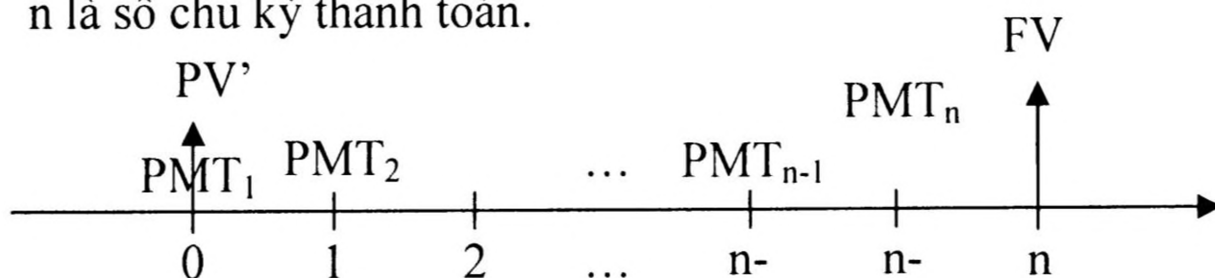
năm năm đầu công ty sẽ thanh toán một khoản tiền bằng nhau và bằng 50 000 USD, cuối năm thứ sáu công ty thanh toán khoản cuối cùng 18 532 USD thì hết nợ.

4.3 CHUỖI TIỀN TỆ PHÁT SINH ĐẦU KỲ

Gọi: PMT_k (k = 1…n) là giá trị các khoản thanh toán vào cuối mỗi kỳ;

r là lãi suất áp dụng của một chu kỳ;

n là số chu kỳ thanh toán.



4.3.1. Giá trị tương lai của các khoản tiền thanh toán đầu kỳ

Gọi PV' là tổng trị giá tương lai của các khoản tiền thanh toán đầu chu kỳ tại thời điểm n, ta có:

$FV' = PMT_1.(1 + r)^n + PMT_2.(1 + r)^{n-1} + PMT_3.(1 + r)^{n-2} + \ldots + PMT_{n-1}.(1 + r)^2 + PMT_n.(1 + r)$

Tổng quát:

$$\boldsymbol{PV' = \sum_{k=1}^{n} PMT_k(1 + r)^{n-k+1}}$$

Nếu các khoản tiền thanh toán bằng nhau

(chuỗi tiền tệ cố định) $PMT_1 = PMT_2 = \ldots = PMT_{n-1} = PMT_n = PMT$

Ta có:

$FV' = PMT .(1 + r)^n + PMT .(1 + r)^{n-1} + PMT .(1 + r)^{n-2} + \ldots + PMT .(1 + r)^2 + PMT .(1 + r)$

$= PMT .(1 + r) + PMT .(1 + r)^2 + \ldots + PMT .(1 + r)^n$

Đây là dạng tổng các số hạng của một cấp số nhân với số hạng đầu tiên là PMT(1+r) và công bội là q = (1+r), do đó:

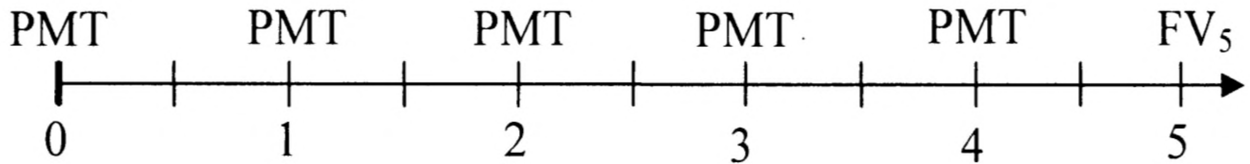
$$FV' = PMT .(1+r)\frac{1-q^n}{1-q} = PMT .(1+r)\frac{1-(1+r)^n}{1-(1+r)}$$

$$\Rightarrow \quad FV_n = \mathbf{PMT.(1+r)}\frac{(1+r)^n - 1}{r}$$

Nhận xét **:** Giá trị tương lai của các khoản thanh toán đầu kỳ tăng (1+ r) lần so với giá trị tương lai của các khoản thanh toán cuối kỳ nếu các nhân tố khác là như nhau.

Ví dụ 4.10 : Để có được một số vốn, ông A mở một tài khoản tại ngân hàng ANZ, cứ đầu mỗi năm ông gửi vào tài khoản một số tiền không đổi là 100 triệu đồng. Hãy cho biết số dư trong tài khoản vào lúc ông A rút tiền sau năm năm, nếu lãi suất ngân hàng là 10% /năm.

Giải



Áp dụng công thức: $FV' = PMT.(1+r).\frac{(1+r)^n-1}{r}$

$$\Leftrightarrow FV_5' = 100(1+10\%).\frac{(1+10\%)^5-1}{10\%} = 671,561$$

Vậy, số dư tài khoản của ông A sau năm năm sẽ là 671,561 triệu đồng

4.3.2. Hiện giá của các khoản tiền thanh toán đầu kỳ

Gọi PV' là tổng trị giá hiện tại của các khoản tiền thanh toán đầu chu kỳ tại thời điểm 0.

$$PV' = PMT_1.(1+r)^{-0} + PMT_2.(1+r)^{-1} + ... + PMT_n.(1+r)^{-n+1}$$

Tổng quát:
$$PV' = \sum_{k=1}^{n} PMT_k(1+r)^{-k+1}$$

Nếu các khoản tiền thanh toán bằng nhau

Ta có:

$$PV' = PMT.(1+r)^{-0} + PMT.(1+r)^{-1} + ... + PMT.(1+r)^{-n+1}$$

Nhân hai vế với $(1+r)^{-1}$:

$$PV'.(1+r)^{-1} = PMT.(1+r)^{-1} + PMT.(1+r)^{-2} + ... + PMT.(1+r)^{-n}$$

Vế phải là tổng của cấp số nhân với số hạng đầu là $PMT.(1+r)^{-n}$ và công bội của cấp số nhân là $q = (1+r)^{-n}$, do đó:

$$PV'.(1+r)^{-1} = PMT.(1+r)^{-n}.\frac{(1+r)^n-1}{(1+r)-1}$$

$$PV'.(1+r)^{-1} = PMT.\frac{1-(1+r)^{-n}}{r}$$

$$\Rightarrow \quad \mathbf{PV' = PMT.(1+r)\frac{1-(1+r)^{-n}}{r}}$$

Nhận xét **:** Giá trị hiện tại của các khoản thanh toán đầu kỳ tăng (1+ r) lần so với giá trị hiện tại của các khoản thanh toán cuối kỳ nếu các nhân tố khác là như nhau.

Ví dụ 4.11: Một chuỗi tiền tệ phát sinh đầu kỳ gồm tám kỳ khoản bằng nhau và bằng 20 triệu đồng, lãi suất áp dụng 10% /kỳ. Hãy xác định hiện giá của chuỗi tiền tệ.

Giải

Áp dụng công thức: $PV' = PMT.(1+r)\frac{1-(1+r)^{-n}}{r}$

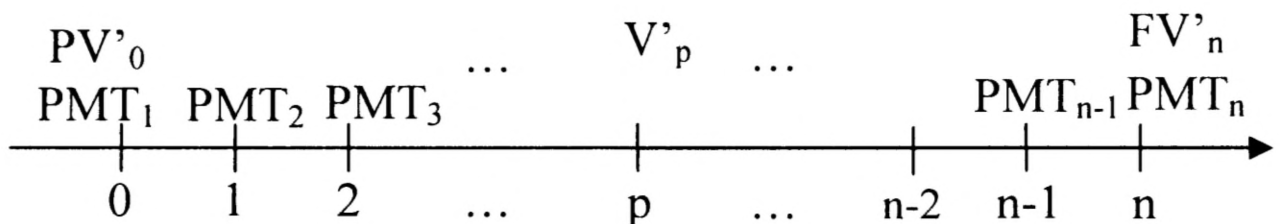
Ta có :

$$PV' = 20(1+10\%)\frac{1-(1+10\%)^{-8}}{10\%} = 117,368376$$

Hiện giá của chuỗi tiền tệ trên là 117 368 376 đồng.

4.3.3. Kỳ hạn trung bình của các khoản tiền thanh toán đầu kỳ

Kỳ hạn trung bình của các khoản tiền thanh toán đầu chu kỳ là kỳ hạn mà tại thời điểm đó tổng trị giá của các khoản tiền thanh toán bằng với tổng số mệnh giá của các khoản tiền thanh toán.



Gọi p là kỳ hạn trung bình ta có

$$V_p' = PV'.(1+r)^p = PMT_1 + PMT_2 + ... + PMT_n = \sum_{k=1}^{n} PMT_k$$

$$V_p' = PV.(1+r)^p = PMT + PMT + \cdots + PMT_n = \sum_{k=1}^{n} PMT_k$$

$$\Rightarrow \quad (1+r)^p = \frac{V'_p}{PV} = \frac{\sum_{k=1}^{n} PMT_k}{PV}$$

$$\Rightarrow \quad \boxed{p = \frac{\log \frac{V'_p}{PV'}}{\log(1+r)} = \frac{\log \frac{\sum_{k=1}^{n} PMT_k}{PV'}}{\log(1+r)}}$$

Hay:

$$\boxed{P = \frac{\log \frac{\sum_{k=1}^{n} PMT_k}{\sum_{k=1}^{n} PMT_k (1+r)^{-k+1}}}{\log(1+r)}}$$

Nếu các khoản tiền thanh toán bằng nhau,

Ta có:

$$V'_p = PMT \,.\, (1+r) \, \frac{1-(1+r)^{-n}}{r} \,.\, (1+r)^p = n \,.\, PMT$$

$$\Rightarrow \quad (1+r)^{p+1} = n \, \frac{r}{1-(1+r)^{-n}}$$

$$\Rightarrow \quad \boxed{p = \frac{\log\left(n.\frac{r}{1-(1+r)^{-n}}\right)}{\log(1+r)}}$$

Ta thấy hạn kỳ trung bình độc lập với trị giá của các khoản tiền thanh toán.

*Ví dụ 4.12 :*Tính hạn kỳ trung bình của chuỗi tiền tệ mười lăm kỳ phát sinh đầu kỳ với lãi suất áp dụng 10% /kỳ.

Giải

Áp dụng công thức : $p = \dfrac{\log(n.\frac{r}{1-(1+r)^{-n}}}{\log(1+r)}$ **-1**

Ta có :

$$p = \frac{\log\left(15.\frac{10\%}{1-(1+10\%)^{-15}}\right)}{\log(1+10\%)} - 1 = 6{,}125$$

4.3.4. Một số công thức áp dụng cho chuỗi tiền tệ cố định đầu kỳ

4.3.4.1. Tính kỳ khoản PMT

Từ công thức: $FV = PMT.(1+r)\,\frac{(1+r.)^n - 1}{r}$

⇨ $PMT = FV.\frac{r}{(1+r)[(1+r)^n - 1]}$

Hoặc từ công thức: $PV = PMT.(1+r).\frac{1-(1+r)^{-n}}{r}$

$$PMT = PV.\frac{r}{(1+r)[1-(1+r)^{-n}]}$$

Ví dụ 4.13: Ông A gửi ngân hàng đầu mỗi quý một số tiền bằng nhau liên tiếp trong ba năm với lãi suất 8% /năm thì rút được 1 641 639 783 đồng. Xác định số tiền ông A gửi mỗi quý.

Giải

Áp dụng công thức : $PMT = PV.\frac{r}{(1+r)[(1+r)^n - 1}$

Ta có :

$$PMT = 1641639783.\frac{\frac{8\%}{4}}{\left(1+\frac{8\%}{4}\right)\left[\left(1+\frac{8\%}{4}\right)^{12} - 1\right]} = 120000000$$

$$PMT = 1\ 641\ 639\ 783.\frac{\frac{8\%}{4}}{\left(1+\frac{8\%}{4}\right)\left[\left(1+\frac{8\%}{4}\right)^{12}\right]-1} = 120\ 000\ 000$$

Vậy, đầu mỗi quý, ông A gửi vào ngân hàng 120 000 000 đồng.

4.2.4.4.Tính lãi suất r

Từ công thức: $FV = PMT.(1+r).\frac{(1+r)^n-1}{r}$

$$\Leftrightarrow \quad \frac{FV}{PMT} = \frac{(1+r)^{n+1}-1-r}{r} = \frac{(1+r)^{n+1}-1}{r} - 1$$

$$\frac{FV}{PMT} + 1 = \frac{(1+r)^{n+1}-1}{r}$$

Ta có thể tính được lãi suất r dựa vào bảng tài chính số 3 và áp dụng công thức nội suy.(xem Phương pháp nội suy cuối chương IV)

Ví dụ 4.14: Hãy xác định lãi suất của một chuỗi tiền tệ gồm mười kỳ khoản phát sinh đầu kỳ, giá trị mỗi kỳ khoản là 16 triệu, giá trị tương lai là 200 triệu đồng.

Giải

Áp dụng : $\frac{FV}{PMT} + 1 = \frac{(1+r)^{n+1}-1}{r}$

$$\Leftrightarrow \quad \frac{200}{16} + 1 = \frac{(1+r)^{11}-1}{r} = 13{,}5 = S$$

Tra bảng tài chính số 3, dòng n = 11, ta có :

$S_1 = 13{,}486351 < S = 13{,}5 < S_2 = 13{,}841179$

$\Leftrightarrow \quad r_1 = 4\% < r < r_2 = 4{,}5\%$

Áp dụng công thức nội suy :

$$r = r_1 + (r_2 - r_1)\frac{S-S_1}{S_2-S_1}$$

$$r = 4\% + (4{,}5\% - 4\%)\frac{13{,}5 - 13{,}486351}{13{,}841179 - 13{,}486351} = 4{,}02\%$$

Vậy lãi suất của chuỗi tiền tệ trên là 4,02% /kỳ.

Từ công thức: $PV = PMT\,.\,(1+r).\frac{1-(1+r)^{-n}}{r}$

$$\Rightarrow \quad \frac{PV}{PMT} = \frac{1+r-(1+r)^{-n+1}}{r} = 1 + \frac{1-(1+r)^{-n+1}}{r}$$

$$\Rightarrow \quad \frac{PV}{PMT} - 1 = \frac{1-(1+r)^{-n+1}}{r}$$

Ta có thể tính được lãi suất r dựa vào bảng tài chính số 4 và áp dụng công thức nội suy. (xem Phương pháp nội suy cuối chương IV)

Ví dụ 4.15: Hãy xác định lãi suất của một chuỗi tiền tệ gồm mười kỳ khoản phát sinh đầu kỳ, giá trị mỗi kỳ khoản là 16 triệu đồng, giá trị hiện tại là 100 triệu đồng.

Giải

Áp dụng : $\frac{PV}{PMT} - 1 = \frac{1-(1+r)^{-n+1}}{r}$

$$\Leftrightarrow \quad \frac{100}{16} - 1 = \frac{1-(1+r)^{-9}}{r} = 5{,}25 = S$$

Tra bảng tài chính số 4, dòng n = 9, ta có :

$S_1 = 5{,}32825 > S = 5{,}25 > S_2 = 5{,}131655$

$\Leftrightarrow \quad r_1 = 12\% < r < r_2 = 13\%$

Áp dụng công thức nội suy :

$$r = r_2 - (r_2 - r_1)\frac{S-S_2}{S_1-S_2}$$

$$\Leftrightarrow r = 13\% - (13\% - 12\%)\frac{5{,}25-5{,}131655}{5{,}32825-5{,}131655} = 12{,}4\%$$

Vậy lãi suất của chuỗi tiền tệ trên là 12,4% /kỳ.

4.3.4.3. Tính số kỳ thanh toán n

Từ công thức: $FV = PMT.(1+r).\frac{(1+r)^n-1}{r}$

$$n = \frac{\log\left(\frac{FV'_n.r}{PMT.(1+r)}+1\right)}{\log(1+r)}$$

Ta có thể tính được n bằng công thức trên hay bằng cách tra bảng tài chính 3. Tuy nhiên, nếu n không phải là một số nguyên chúng ta phải biện luận.

a. Phương pháp biện luận tổng quát

Giả sử ta tính được n là một số dương, lẻ

Với n_1, n_2 là số nguyên và $(n_2 - n_1) = 1$, sao cho : $n_1 < n < n_2$

Ta sẽ biện luận với :

+ *Giả định* $n = n_1$

Gọi : FV_{n_1} là giá trị tương lai của chuỗi tiền tệ với số chu kỳ n_1

thì : $FV_n > FV_{n1}$

Muốn đạt được giá trị V'_n thì chúng ta có thể lựa chọn các cách sau:

- Thay đổi các kỳ khoản

- Giữ nguyên các kỳ khoản và chỉ thay đổi kỳ khoản cuối cùng bằng cách tăng kỳ khoản cuối cùng lên thêm một khoản

$(FV_n - FV_{n1})$

hay : $PMT_{n_1} = PMT_n + (FV'_n - FV'_{n_1})(1+r)^{-1}$

+ *Giả định* $n = n_2$

Gọi : FV_n là giá trị tương lai của chuỗi tiền tệ với số chu kỳ n_2

thì : $FV_n < FV'_{n_2}$

Muốn đạt được giá trị (FV) thì chúng ta có thể lựa chọn các cách sau :

- Thay đổi các kỳ khoản

- Giữ nguyên các kỳ khoản và chỉ thay đổi kỳ khoản cuối cùng bằng cách giảm kỳ khoản cuối cùng xuống một khoản

$FV'_{n_2} - FV(1+r)^{-1}$

hay : $PMT_{n_2} = PMT_n - (FV'_{n_2} - FV'_n)(1+r)^{-1}$

+ Giả định $n = n_1$ và đợi một thời gian để vốn tiếp tục sinh lợi đến khi đủ số vốn cần thiết.

Gọi m là thời gian cần để cho số vốn sinh lời theo lãi kép.

Lúc này ta có : $FV_n = FV_{n1}(1+r)^m$

$$\Leftrightarrow \quad (1+r)^m = \frac{FV'}{FV_{n1}}$$

$$\Rightarrow \quad m = \frac{\log\left(\frac{FV}{FV_{n1}}\right)}{\log(1+r)}$$

Ví dụ 4.16: Công ty Anpha cần một số vốn là 500 000USD. Đầu mỗi năm, công ty gửi vào ngân hàng 50 000USD. Với lãi suất ngân hàng là 10% /năm thì sau bao nhiêu năm công ty có được số vốn trên.

Giải

Áp dụng công thức: $n = \frac{\log\left(\frac{V'_n.r}{PMT.(1+r)}+1\right)}{\log(1+r)}$

$$\Leftrightarrow \quad n = \frac{\log\left(\frac{500\,000.10\%}{50\,000(1+10\%)}+1\right)}{\log(1+10\%)} = 6{,}78$$

Biện luận n nguyên : $6 < n < 7$

Chọn $n = 6$

Ta có :

$$FV'_6 = 50\,000(1+10\%).\frac{(1+10\%)^6-1}{10\%} = 424\,358{,}55$$

Chênh lệch tại n:

$$\Delta_{V'} = FV - FV_6 = 500\,000 - 424\,358{,}55 = 75\,641{,}45$$

⇔ Chênh lệch tại (n -1) :

$$\Delta V'_{n-1} = 75\,641{,}45(1+10\%)^{-1} = 68\,764{,}95455$$

Công ty có thể lựa chọn các phương án :

- Thay đổi PMT

$$PMT' = 500\,000 \cdot \frac{10\%}{(1+10\%)[(1+10\%)^6-1]} = 58\,912{,}44562USD$$

Cuối mỗi năm công ty sẽ gửi vào ngân hàng một khoản tiền bằng nhau và bằng 58 912,44562 USD thì đến cuối năm thứ sáu công ty sẽ có số vốn là 500 000 USD

- Thay đổi PMT_n:

$PMT_6 = PMT + \Delta_{V'n-1} = 50\,000 + 68\,764{,}95455 = 118\,764{,}9545$ USD

năm năm đầu, công ty gửi vào ngân hàng mỗi năm 50 000 USD, đầu năm thứ sáu công ty gửi vào ngân hàng 118 764,9545 USD thì công ty sẽ có được số vốn 500 000 USD vào cuối năm thứ sáu.

- Chọn n = 7

Ta có :

$$FV_7 = 50\,000(1+10\%) \cdot \frac{(1+10\%)^7-1}{10\%} = 521\,794{,}405$$

Chênh lệch tại n:

$\Delta_V = FV_7 - FV = 521\,794{,}405 - 500\,000 = 21\,794{,}405$

⇔ Chênh lệch tại (n-1) :

$$\Delta_{V'_{n-1}} = 21\,794{,}405(1+10\%)^{-1} = 19\,813{,}09545$$

Công ty có thể lựa chọn các phương án :

- Thay đổi PMT

$$PMT'' = 500\,000 \cdot \frac{10\%}{(1+10\%)[(1+10\%)^7-1]} = 47\,911{,}59077 \text{ USD}$$

Đầu mỗi năm công ty sẽ gửi vào ngân hàng một khoản tiền bằng nhau và bằng 47 911,59077 USD thì đến cuối năm thứ bảy công ty sẽ có số vốn là 500 000 USD

- Thay đổi PMT_n:

$PMT_7 = PMT + \Delta_{V'_{n-1}} = 50\,000 - 19\,813{,}09545 = 30\,186{,}90455$

sáu năm đầu, công ty gửi vào ngân hàng mỗi năm 50 000 USD, đầu năm thứ bảy công ty gửi vào ngân hàng 30 186,90455 USD thì công ty sẽ có được số vốn 500 000 USD vào cuối năm thứ bảy.

- Chọn n = 6 và đợi sinh lãi :

Ta có : $FV_6 = 424\ 358{,}55$

Thời gian sinh lãi của số vốn FV_6 để có được FV là :

$$m = \frac{\log\left(\frac{500\ 000}{424\ 358{,}55}\right)}{\log(1+10\%)} = 1{,}721$$

Vậy, công ty sẽ có số vốn 500 000 USD tại thời điểm bảy năm tám tháng hai mươi ngày

Từ công thức: $PV = PMT.(1+r).\frac{1-(1+r)^{-n}}{r}$

$$\Rightarrow \quad n = \frac{\log\left(1-\frac{PV.r}{PMT.(1+r)}\right)}{\log(1+r)}$$

Ta có thể tính được n bằng công thức trên hay bằng cách tra bảng tài chính 4.

b. Phương pháp biện luận tổng quát :

Giả sử ta tính được n là một số dương, lẻ

Với n_1, n_2 là số nguyên và $(n_2 - n_1) = 1$, sao cho : $n_1 < n < n_2$

Ta sẽ biện luận với :

+ Giả định $n = n_1$

Gọi : PV_{0_1} là giá trị hiện tại của chuỗi tiền tệ với số chu kỳ n_1

thì : $PV > PV_{0_1}$

Muốn đạt được giá trị PV_0 thì chúng ta có thể lựa chọn các cách sau :

- Thay đổi các kỳ khoản

Giữ nguyên các kỳ khoản và chỉ thay đổi kỳ khoản cuối cùng bằng cách tăng kỳ khoản cuối cùng lên thêm một khoản:

$$(PV - PV_{0_1})(1+r)^{n_1-1}$$

hay : $PMT_{n_1} = PMT_n + (PV + PV_{0_1})(1+r)^{n_1-1}$

+ Giả định $n = n_2$

Gọi : PV'_{0_2} là giá trị tương lai của chuỗi tiền tệ với số chu kỳ n_2

thì : $PV < PV'_{0_2}$

Muốn đạt được giá trị PV thì chúng ta có thể lựa chọn các cách sau :

- Thay đổi các kỳ khoản

- Giữ nguyên các kỳ khoản và chỉ thay đổi kỳ khoản cuối cùng bằng cách giảm kỳ khoản cuối cùng xuống một khoản

$(PV_{0_2} - PV)(1 + r)^{n_2 - 1}$

hay : $PMT_{n_2} = PMT_n - (PV_{0_2} - PV)(1 + r)^{n_2 - 1}$

Ví dụ 4.17: Một chuỗi tiền tệ đều PMT = 50 000 đồng, phát sinh đầu kỳ với giá trị hiện tại là 200 000 đồng. Tính n với lãi suất áp dụng là 10% /kỳ.

Giải

Áp dụng công thức : $$n = -\frac{\log\left(1 - \frac{PV.r}{PMT(1+r)}\right)}{\log(1+r)}$$

⇔ $$n = -\frac{\log\left(1 - \frac{200000.10\%}{50000(1+10\%)}\right)}{\log(1+10\%)} = 4,74$$

Biện luận n nguyên : 4 < n < 5

+ Chọn n = 4

Ta có : $PV'_{0_1} = 50\,000.\frac{1-(1+10\%)^{-4}}{10\%} = 17\,434,25995$

Chênh lệch tại 0 :

$\Delta_{V'} = PV - PV'_{0_1} = 200\,000 - 17\,434,25995 = 182\,565,74005$

Có thể lựa chọn các phương án :

+ Thay đổi PMT

$$PMT' = 200000 \cdot \frac{10\%}{(1+10\%)\left[1-(1+10\%)^{-4}\right]} = 57358,32794$$

- Thay đổi a_n:

Ta phải tính chênh lệch $\Delta_{V'}$ về thời điểm (n_1-1) :

$\Delta_{V'_{n-1}} = \Delta_{V'}(1+r)^{n_1-1} = 182\,565,74005\,(1+10\%)^3 \approx 242\,995$

Khoản phát sinh cuối cùng sẽ là :

$PMT_4 = PMT + \Delta_{V'_n} = = 50\,000 + 242\,995 = 292\,995$

+ Chọn n = 5

Ta có : $PV'_{0_2} = 50\,000(1+10\%).\frac{1-(1+10\%)^{-5}}{10\%} = 208\,493,2723$

Chênh lệch tại 0:

$\Delta_{V''} = PV'_{0_2} - PV = 208\,493,2723 - 200\,000 = 8\,493,2723$

Có thể lựa chọn các phương án :

- Thay đổi PMT

$$PMT'' = 200000\,(1+10\%).\frac{10\%}{1-(1+10\%)^{-5}} = 58035,44577$$

- Thay đổi PMT_n:

Ta phải tính chênh lệch $\Delta_{V''}$ về thời điểm (n_2-1) :

$$\Delta_{V''_n} = \Delta_{V''}\,(1+r)^{n_2-1} = 8\,493,2723(1+10\%)^5 \approx 13\,678,5$$

Khoản phát sinh cuối cùng sẽ là :

$$PMT_5 = PMT - \Delta_{V''_n} = 50\,000 - 13\,678,5 = 36\,321,5$$

4.4. CÁC CHUỖI TIỀN TỆ ĐẶC BIỆT

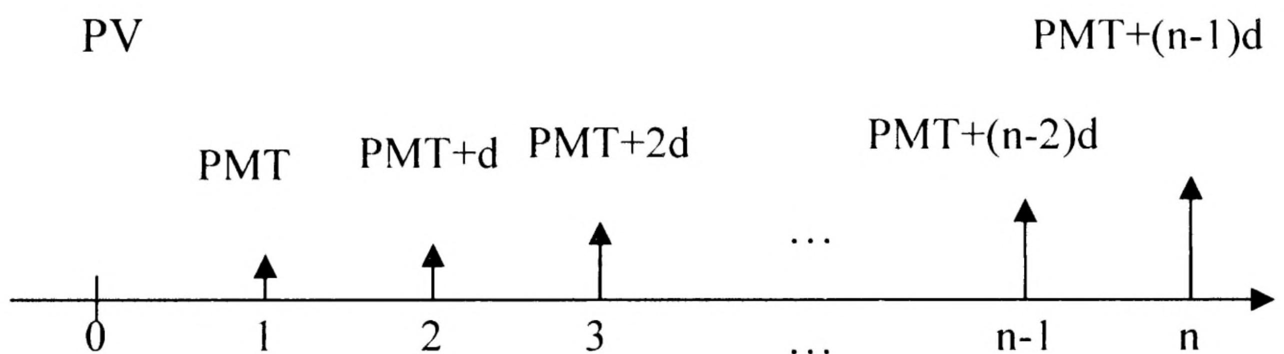
4.4.1. Các chuỗi tiền tệ biến đổi theo cấp số cộng

4.4.1.1. Các khoản thanh toán cuối kỳ

Cho một chuỗi gồm n khoản thanh toán PMT_k với k = 1…n là dạng của một cấp số cộng có :

- Khoản thanh toán đầu tiên là a
- Công sai d (nghĩa là: $PMT_k = PMT_{k-1} + d$)
- Lãi suất r.

Có thể biểu diễn bằng sơ đồ như sau:



Tổng trị giá tại thời điểm n (Giá trị tương lai) của chuỗi tiền tệ biến đổi theo cấp số cộng phát sinh cuối chu kỳ

Tại n ta có:

$$FV = \sum_{k=1}^{n} PMT_k (1+r)^{n-k}$$

$= PMT_1(1+r)^{n-1} + PMT_2(1+r)^{n-2} + \ldots + PMT_{n-1}(1+r) + PMT_n$

$= PMT(1+r)^{n-1} + (PMT + d)(1+r)^{n-2} + \ldots + [PMT + (n-2)d](1+r) + [PMt + (n-1)d]$

$= PMT(1+r)^{n-1} + PMT(1+r)^{n-2} + \ldots + PMT(1+r) + PMT] + [d(1+r)^{n-2} + 2d(1+r)^{n-3} + \ldots + (n-2)d(1+r) + (n-1)d]$

Đặt:

$X = PMT(1+r)^{n-1} + PMT(1+r)^{n-2} + \ldots + PMT(1+r) + PMT$

$Y = d(1+r)^{n-2} + 2d(1+r)^{n-3} + \ldots + (n-2)d(1+r) + (n-1)d$

$$FV = X + Y$$

X là tổng số của một cấp số nhân với số hạng đầu tiên là PMT công bội là (1+ r) nên:

$X = PMT.\frac{(1+r)^n - 1}{r}$ (xem công thức toán cơ bản áp dụng)

$Y = d(1+r)^{n-2} + 2d(1+r)^{n-3} + \ldots + (n-2)d(1+r) + (n-1)d$ (♥)

Nhân 2 vế của phương trình trên cho (1+r) ta có:

$Y(1+r) = d(1+r)^{n-1} + 2d(1+r)^{n-2} + \ldots + (n-2)d(1+r)^2 +$
$+ (n-1)d(1+r)$ (♥♥)

Lấy (♥♥) trừ cho (♥) ta có:

$Y(1+r) - Y = d(1+r) + d(1+r)^2 + \ldots + d(1+r)^{n-2} + d(1+r)^{n-1} - d(n-1)$

$Y(1+r) - Y = d + d(1+r) + d(1+r)^2 + \ldots + d(1+r)^{n-2} + d(1+r)^{n-1} - nd$

$$\Leftrightarrow \quad Y.r = d.\frac{(1+r)^n - 1}{r} - nd$$

$$\Rightarrow \quad Y = \frac{d}{r}.\frac{(1+r)^n - 1}{r} - \frac{nd}{r}$$

Vậy thay kết quả của X và Y vào: FV = X + Y, ta có:

$$FV = PMT.\frac{(1+)^n - 1}{r} + \frac{d}{r}.\frac{(1+r)^n - 1}{r} - \frac{nd}{r}$$

$$\Leftrightarrow \quad FV = (PMT + \frac{d}{r})\frac{(1+r)^n - 1}{r} - \frac{nd}{r}$$

Tổng trị giá tại thời điểm 0 (giá trị hiện tại) của chuỗi tiền tệ biến đổi theo cấp số cộng phát sinh cuối kỳ

Tại 0 ta có:

$$PV = \sum_{k=1}^{n} PMT_k (1+r)^{-k}$$

hay: $$PV = FV(1+r)^{-n}$$

⇨ $$PV = (PMT + \frac{d}{r}) \frac{1-(1+r)^n}{r} - \frac{nd}{r}(1+r)^{-n}$$

⇔ $$PV = \left(PMT + \frac{d}{r}\right)\frac{1-(1+r)^{-n}}{r} + \frac{nd}{r} - \frac{nd}{r}(1+r)^{-n} - \frac{nd}{r}$$

⇨ $$PV = \left(PMT + \frac{d}{r}\right)\frac{1-(1+r)^{-n}}{r} + nd\frac{1-(1+r)^{-n}}{r} - \frac{nd}{r}$$

⇨ $$PV = (PMT + \frac{d}{r} + nd)\frac{1-(1+r)^n}{r} - \frac{nd}{r}$$

Ví dụ 4.18: Một chuỗi tiền tệ phát sinh cuối kỳ gồm năm kỳ khoản, kỳ khoản đầu tiên 100 triệu đồng và kỳ khoản sau tăng hơn kỳ khoản trước đó 20 triệu đồng. Hãy xác định giá trị tương lai và hiện giá của chuỗi tiền tệ trên với lãi suất áp dụng là 10% /kỳ.

Giải

Ta thấy đây là một chuỗi tiền tệ biến đổi theo cấp số cộng phát sinh cuối kỳ nên ta có thể áp dụng công thức sau :

-Tính giá trị tương lai: $FV = \left(PMT + \frac{d}{r}\right)\frac{(1+r)^n - 1}{r} - \frac{nd}{r}$

⇔ $$FV_5 = \left(100 + \frac{20}{10\%}\right)\frac{(1+10\%)^5 - 1}{10\%} - \frac{5.20}{10\%} = 831,53$$

- Tính hiện giá : $PV = FV.(1+r)^{-n}$

$PV = 831,53\ (1 + 10\%)^{-5} = 516,314708$

Vậy, giá trị tương lai của chuỗi tiền tệ là 831 530 000 đồng và hiện giá là 516 314 708 đồng

4.4.1.2. Các khoản thanh toán đầu kỳ

Tổng trị giá tại thời điểm n (Giá trị tương lai) của chuỗi tiền tệ biến đổi theo cấp số cộng phát sinh đầu kỳ

Nếu gọi : V'_n là giá trị tương lai của các khoản thanh toán đầu kỳ

V_n là giá trị tương lai của các khoản thanh toán cuối kỳ

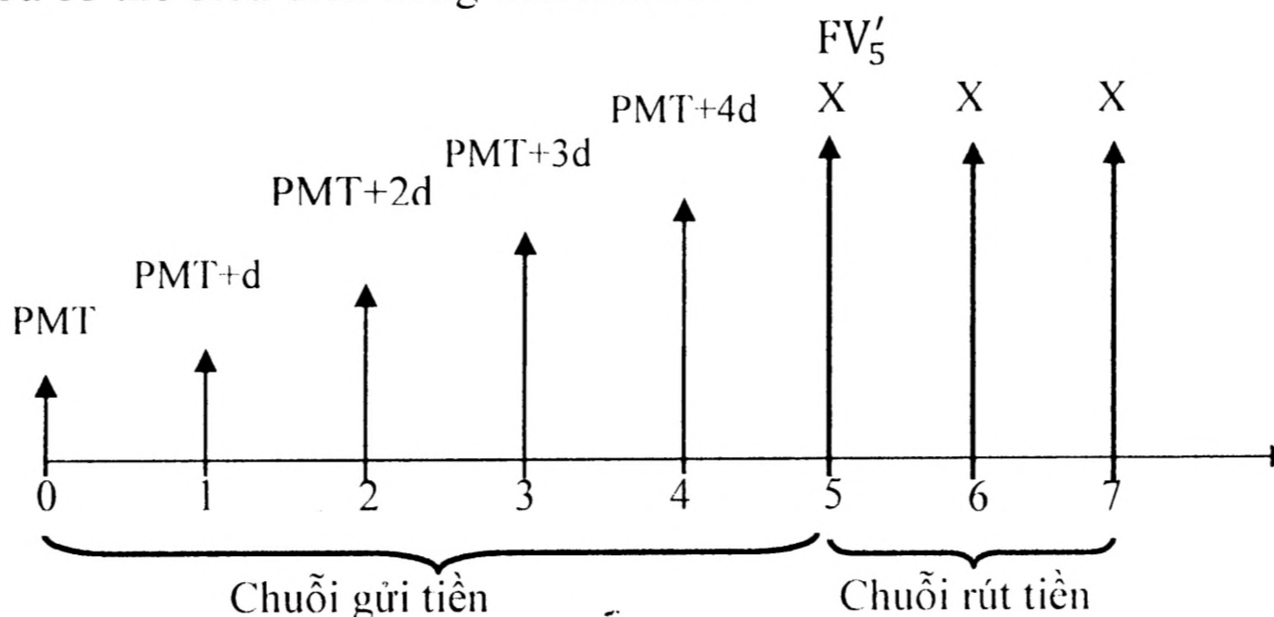
Ta có: $FV'_n = FV(1+r)$

$$\Rightarrow \quad FV'_n = \left[\left(PMT + \frac{d}{r}\right)\frac{(1+r)^n - 1}{r} - \frac{nd}{r}\right].(1+r)$$

Ví dụ 4.19 : Một người gửi tiền vào tài khoản ngân hàng đầu mỗi năm, đầu năm đầu tiên gửi 5 triệu đồng, năm sau gửi tăng hơn năm trước 1 triệu đồng, liên tiếp năm năm. Sau kỳ gửi cuối cùng một năm ông ta rút tiền ra ba lần bằng nhau và mỗi lần cách nhau một năm. Tính số tiền ông ta rút ra hàng năm nếu lãi suất tiền gửi áp dụng là 10% /năm.

Giải

Ta có thể biểu diễn dòng tiền như sau :



Đối với chuỗi gửi tiền : Đây là chuỗi tiền gửi phát sinh đầu kỳ theo cấp số cộng với PMT = 5 triệu, d = 1 triệu , n = 5 và r = 10%

Nếu gọi : FV'_5 là giá trị tương lai tại thời điểm cuối năm thứ năm của chuỗi

Áp dụng công thức :

$$FV'_n = \left[\left(PMT + \frac{d}{r}\right)\frac{(1+r)^n - 1}{r} - \frac{nd}{r}\right].(1+r)$$

Ta có :

$$FV'_5 = \left[\left(5 + \frac{1}{10\%}\right)\frac{(1+10\%)^5 - 1}{10\%} - \frac{5.1}{10\%}\right].(1+10\%)$$

$$= 45{,}73415 \text{ triệu} = 45\ 734\ 150 \text{ đồng}$$

Đối với chuỗi rút tiền : Đây là chuỗi tiền tệ phát sinh đầu kỳ đều với : Giá trị hiện tại của chuỗi rút tiền tại thời điểm cuối năm thứ năm là FV'_5 = 45 734 150 đồng , n = 3 , r = 10% và kỳ khoản X.

Áp dụng công thức :

$$PV = PMT\ (1+r)\frac{1-(1+r)^{-n}}{r}$$

Ta có :

$$FV'_5 = X(1+10\%)\frac{1-(1+10\%)^{-3}}{10\%} = 45734150$$

⇨ $X \approx 16\ 718\ 526$ đồng

Vậy mỗi năm ông ta rút ra một khoản tiền là 16 718 526 đồng

Tổng trị giá tại thời điểm 0 (Giá trị hiện tại) của chuỗi tiền tệ biến đổi theo cấp số cộng phát sinh đầu kỳ

Nếu gọi : PV′ là hiện giá của các khoản thanh toán đầu kỳ

PV là hiện giá của các khoản thanh toán cuối kỳ

Ta có: $PV' = PV(1+r)$

$$\Rightarrow \boxed{PV' = \left[\left(PMT + \frac{d}{r} + nd\right)\frac{1-(1+r)^{-n}}{r} - \frac{nd}{r}\right].(1+r)}$$

Ví dụ 4.20: Ông A mua trả góp xe gắn máy với phương thức thanh toán như sau :

- Trả lần đầu 10% giá trị xe ngay khi mua
- Sau đó sẽ thanh toán tám lần vào đầu mỗi quý với khoản thanh toán tiếp theo tăng theo cấp số cộng công sai 1 triệu.

Tính giá bán xe gắn máy mà ông A mua nếu lãi suất áp dụng là 16% /năm.

Giải

Áp dụng công thức :

$$PV' = \left[\left(PMT + \frac{d}{r} + nd\right)\frac{1-(1+r)^{-n}}{r} - \frac{nd}{r}\right].(1+r)$$

với: $PMT = 10\% .PV'$; $d = 1$; $r = \frac{16\%}{4} = 4\%$; $n = 9$

Ta có

$$PV' = \left[\left(10\%.PV' + \frac{1}{4\%} + 9.1\right)\frac{1-(1+4\%)^{-9}}{4\%} - \frac{9.1}{4\%}\right].(1+4\%)$$

$$\Rightarrow \quad PV' \approx 127{,}525683 \text{ triệu}$$

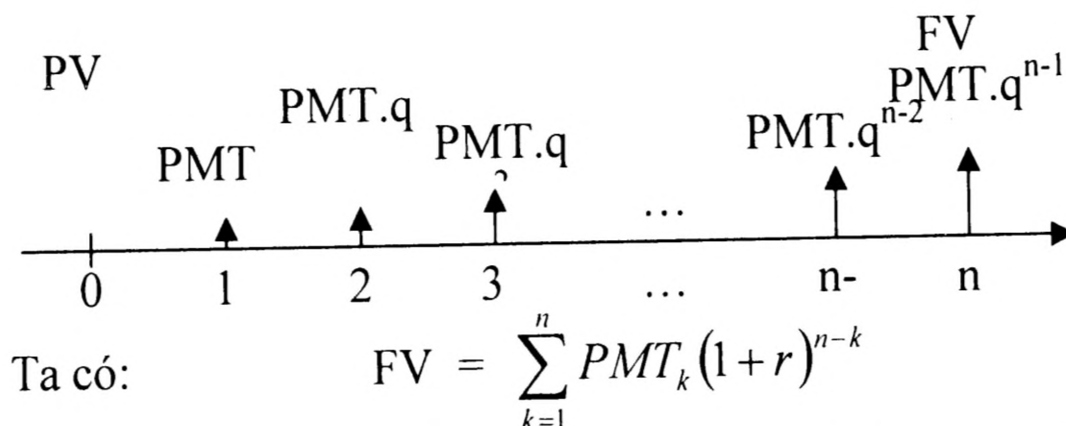
Vậy, xe gắn máy mà ông A mua có giá bán là : 127 525 683 đồng

4.4.2. Các chuỗi tiền tệ biến đổi theo cấp số nhân

4.4.2.1. Các khoản thanh toán cuối kỳ

Cho một chuỗi gồm n khoản thanh toán PMT_k với k = 1…n là dạng của một cấp số nhân có :

- Giá trị kỳ khoản đầu tiên là PMT
- Công bội q (nghĩa là: $PMT_k = PMT_{k-1}.q = PMT_1.q^{k-1}$)
- Lãi suất r.



Ta có: $$FV = \sum_{k=1}^{n} PMT_k(1+r)^{n-k}$$

Tổng trị giá tại thời điểm n (Giá trị tương lai) của chuỗi tiền tệ biến đổi theo cấp số nhân phát sinh cuối kỳ

$FV = PMT(1+r)^{n-1} + PMT.q(1+r)^{n-2} + \ldots + PMT.q^{n-2}(1+r) + PMT.q^{n-1}$

$FV = PMT.q^{n-1} + PMT.q^{n-2}(1+r) + \ldots + PMT.q(1+r)^{n-2} + PMT(1+r)^{n-1}$ (1)

(1) là dạng tổng số của một cấp số nhân với số hạng đầu tiên là $PMT.q^{n-1}$ và công bội là $(1+r)q^{-1}$ (xem các công thức toán cơ bản áp dụng).

Nên: $$FV = PMT.q^{n-1}\frac{\left[(1+r)q^{-1}\right]^{n}-1}{(1+r)q^{-1}-1} =$$

$$PMT\frac{(1+r)^{n}q^{-1}-q^{n-1}}{\left[(1+r)-q\right]q^{-1}}$$

⇨ $$\boxed{\mathbf{FV} = PMT\frac{(1+r)^{n}-q^{n}}{(1+r)-q}}$$

Ví dụ 4.21: Một người dự định gửi tiền tiết kiệm chuẩn bị cho con học đại học, ông ta tính như sau ; nếu cuối mỗi quý ông gửi vào tài khoản 1 triệu đồng và cứ quý sau gửi nhiều hơn quý trước 1,5 lần thì sau ba năm ông ta sẽ có đủ tiền cho con đi học. Hãy tính số tiền ông ta cần cho con, nếu lãi suất ngân hàng là 8% /năm.

Giải

Áp dụng công thức : $$FV = PMT\frac{(1+r)^{n}-q^{n}}{(1+r)-q}$$

Ta có :

$$FV = 1\frac{\left(1+\frac{8\%}{4}\right)^{12} - 1,5^{12}}{\left(1+\frac{8\%}{4}\right) - 1,5} = 267,6627$$

Vậy ông ta dự tính số tiền cần cho con đi học là 267 662 700 đồng

Tổng trị giá tại thời điểm 0 (Giá trị hiện tại) của chuỗi tiền tệ biến đổi theo cấp số nhân phát sinh cuối kỳ

$$PV = FV(1+r)^{-n} = PMT\frac{(1+r)^n - q^n}{(1+r)-q}(1+r)^{-n}$$

$$\Rightarrow \quad \boxed{\mathbf{PV} = PMT\frac{1-q^n(1+r)^{-n}}{(1+r)-q}}$$

Ví dụ 4.22: Công ty X vay ngân hàng một khoản vốn, trả nợ dần năm năm theo phương án:

Ba năm đầu trả cuối năm với kỳ trả đầu tiên sau khi vay một năm là 200 triệu và năm sau tăng hơn năm trước 10%

- Từ năm thứ tư, công ty trả nợ vào cuối mỗi quý với kỳ trả thứ nhất là 50 triệu và kỳ trả quý sau tăng hơn quý trước 20%. Hãy tính số vốn mà công ty X vay ngân hàng, Nếu lãi suất ngân hàng là 12% /năm.

Giải

Đây là các chuỗi tiền tệ phát sinh cuối kỳ theo cấp số nhân

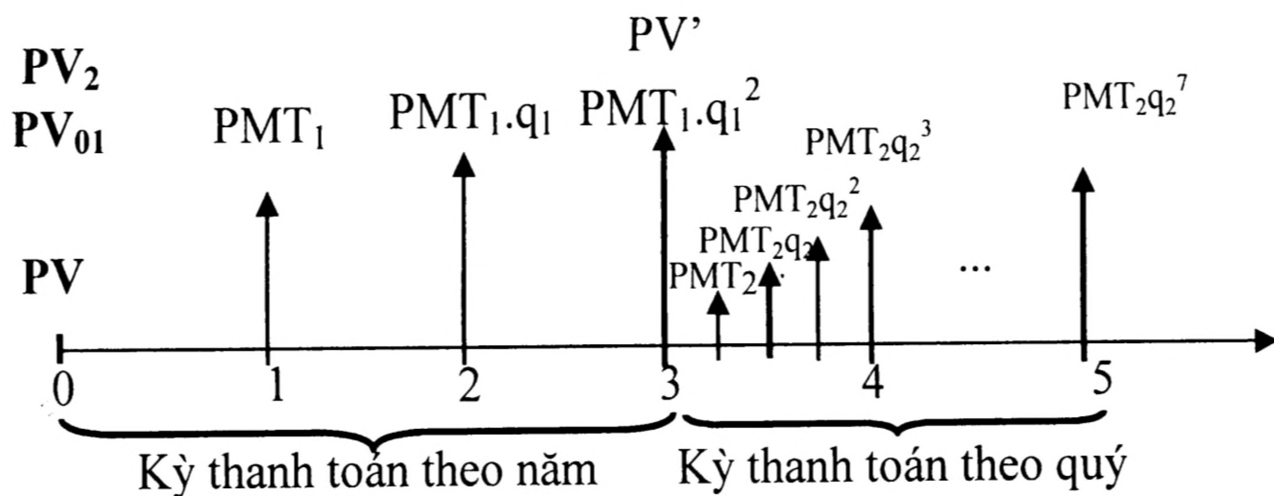
Gọi: PV là số vốn công ty vay ngân hàng

PV_{0_1} là hiện giá của chuỗi tiền tệ phát sinh ba năm đầu tại thời điểm vay

PV_{0_2} là giá trị của PV' tại thời điểm vay

PV' là giá trị của chuỗi tiền tệ phát sinh theo quý trong hai năm sau tại thời điểm đầu năm thứ tư.

Ta có sơ đồ sau :



Các kỳ thanh toán theo năm:

Với : $PMT_1 = 200$; $q_1 = 1,1$; $n_1 = 3$ và $r = 12\%$

Áp dụng công thức : $$PV = PMT\frac{1-q^n(1+r)^{-n}}{(1+r)-q}$$

Ta có :

$$PV_{01} = 200\frac{1-1,1^3(1+12\%)^{-3}}{(1+12\%)-1,1} \approx 526,204902$$

Các kỳ thanh toán theo quý:

Với $PMT_2 = 50$; $q_2 = 1,2$; $n_2 = 8$ và $r = \frac{12\%}{4} = 3\%$

Ta có :

$$PV' = 50\frac{1-1,2^8(1+3\%)^{-8}}{(1+3\%)-1,2} \approx 704,210357$$

⇨$PV_{02} = PV'_0(1+r)^{-3} = 704,210357(1+12\%)^{-3} = 501,243023$

⇨$PV = PV_{01}+PV_{02} = 526,204902 + 501,243023 =$ 1027,447925 triệu đồng

Số vốn công ty vay ngân hàng là : 1 027 447 925 đồng

4.4.2.2. Các khoản thanh toán đầu kỳ

Tổng trị giá tại thời điểm n (giá trị tương lai) của chuỗi tiền tệ biến đổi theo cấp số nhân phát sinh đầu kỳ

Ta có: $FV' = FV(1+r)$

$$\Rightarrow \quad \boxed{FV' = PMT\,\frac{(1+r)^n - q^n}{(1+r) - q}(1+r)}$$

Tổng trị giá tại thời điểm 0 (giá trị hiện tại) của chuỗi tiền tệ biến đổi theo cấp số nhân phát sinh đầu kỳ

Ta có: $PV' = PV.\,(1+r)$

$$\Rightarrow \quad \boxed{PV' = PMT\,\frac{1 - q^n(1+r)^{-n}}{(1+r) - q}(1+r)}$$

Ví dụ 4.23: Ông A mua trả góp xe gắn máy với giá 40 triệu đồng, phương thức thanh toán như sau :

- Trả lần đầu 20% giá trị xe ngay khi mua
- Sau đó sẽ thanh toán bốn lần vào đầu mỗi quí với khoản thanh toán tiếp theo tăng theo cấp số nhân công sai 1,05.

Tính lãi suất trả góp áp dụng.

Giải

Áp dụng công thức : $PV' = r\,\frac{1 - q^n(1+r)^{-n}}{(1+r) - q}(1+r)$

Với : PV′= 40 ; PMT = 8 ; q = 1,05 và n = 5

Ta có : $40 = 8\,\frac{1 - 1{,}05^5(1+r)^{-5}}{(1+r) - 1{,}05}(1+r)$

$$\Leftrightarrow \quad 1{,}05^5(1+r)^{-4} + 4r - 1{,}25 = 0 \qquad (\blacklozenge)$$

Đặt : $Y = 1{,}05^5(1+r)^{-4} + 4r - 1{,}25$

Sử dụng phương pháp thử các nghiệm :

Với : $r = 1\%$ ta có $Y = 1{,}05^5(1+0{,}01)^{-4} + 4.0{,}01 - 1{,}25 > 0$

Thử tương tự với r = 2%; r = 3% ...

Ta thấy :

Nếu $r = 5\%$ ta có : $Y = 1{,}05^5(1+0{,}05)^{-4} + 4.0{,}05 - 1{,}25 = 0$

$\Rightarrow$ r = 5% là nghiệm của ($\blacklozenge$)

Vậy, lãi suất áp dụng đối với việc mua trả góp là 5% /quý.

Lưu ý : Trên đây là trường hợp đặc biệt ta có được nghiệm

ngay, hay nói cách khác ta có nghiệm r nguyên ⇔ $Y(r) = 0$.
Nếu thử nghiệm không có trường hợp r nguyên mà có $Y(r) > 0$ và $Y(r) < 0$ thì :

Ta chọn r_1 và r_2 sao cho : $r_2 - r_1 = 1\%$ và $\left[\begin{array}{l} Y(r_1) > 0 > Y(r_2) \\ Y(r_1) < 0 < Y(r_2) \end{array}\right.$

Sau đó sử dụng công thức nội suy để tính r.

4.4.2.3. Trường hợp đặc biệt

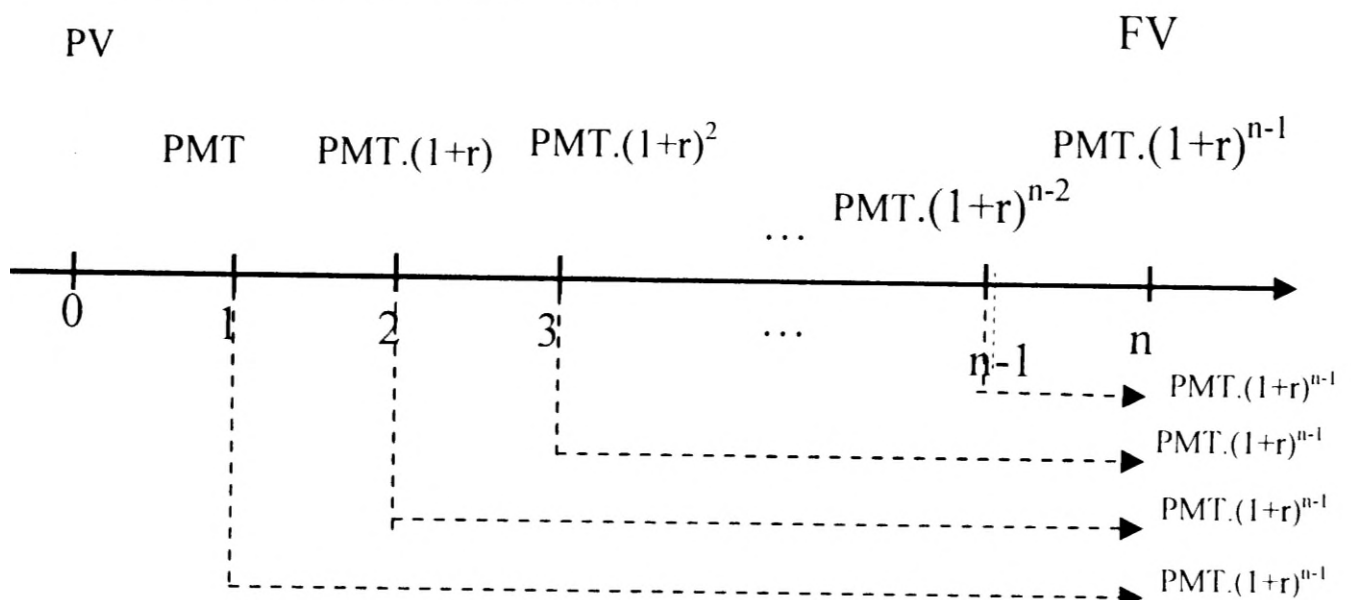
Ta nhận thấy, các công thức xác định giá trị của chuỗi tiền tệ biến đổi theo cấp số nhân có mẫu số bằng : $(1+ r) - q$

Vậy, nếu trong trường hợp công bội của cấp số nhân $q = (1+ r)$ thì các công thức trên sẽ không áp dụng được để xác định giá trị chuỗi tiền tệ.

Ở đây ta có trường hợp đặc biệt của chuỗi tiền tệ biến đổi theo cấp số nhân.

Các khoản thanh toán cuối kỳ

Ta có sơ đồ biểu diễn như sau :



Giá trị tương lai của chuỗi tiền tệ đặc biệt phát sinh cuối chu kỳ :

$FV = PMT(1+r)^{n-1} + PMT(1+r)(1+r)^{n-2} + PMT(1+r)^2(1+)^{n-3} +...+PMT(1+r)^{n-2}(1+r) + PMT(1+r)^{n-1}$

$$\Rightarrow \boxed{FV = nPMT\left(1+r\right)^{n-1}}$$

Giá trị hiện tại của chuỗi tiền tệ đặc biệt phát sinh cuối chu kỳ :

Ta có : $PV = FV(1+r)^{-n}$

$$\Rightarrow \boxed{PV = nPMT(1+r)^{-1}}$$

Các khoản thanh toán đầu kỳ

Giá trị tương lai của chuỗi tiền tệ đặc biệt phát sinh đầu chu kỳ :

Ta có : $FV' = FV(1+r)$

$$\Rightarrow \boxed{FV' = nPMT(1+r)^{n}}$$

Giá trị hiện tại của chuỗi tiền tệ đặc biệt phát sinh đầu chu kỳ :

Ta có : $PV' = PV(1+r)$

$$\Rightarrow \boxed{PV = nPMT}$$

Ví dụ 4.24: Bà X vay của quỹ tín dụng một khoản tiền là 100 triệu đồng để kinh doanh, cam kết thanh toán hàng năm, kỳ đầu tiên sau khi vay một năm là 10 triệu đồng và kỳ sau thanh toán nhiều hơn kỳ trước 10%. Xác định thời gian mà bà X phải thanh toán hết số nợ cho quỹ tín dụng nếu lãi suất vay là 10% /năm.

Giải

Đây là chuỗi tiền tệ đặc biệt phát sinh cuối kỳ với :

PMT = 10 ; q = 1,1 = 1+ r ; PV =100

Áp dụng công thức : $PV = nPMT(1+r)^{-1}$

Ta có : $100 = n.10(1+10\%)^{-1}$

$\Leftrightarrow$ $n = 11$

Vậy, bà X phải thanh toán số nợ trên trong mười một năm.

4.4.3. Các khoản tiền thanh toán theo lãi suất thay đổi

Trên thực tế, trong thời gian các nghiệp vụ diễn ra có thể có sự thay đổi về lãi suất, để không gây thiệt hại cho các bên liên quan, người ta sẽ tính toán các khoản tiền phát sinh theo lãi suất thay đổi,ngoại trừ trường hợp có thỏa thuận khác.

Vì vậy, trên thang thời gian các khoản tiền phát sinh phải

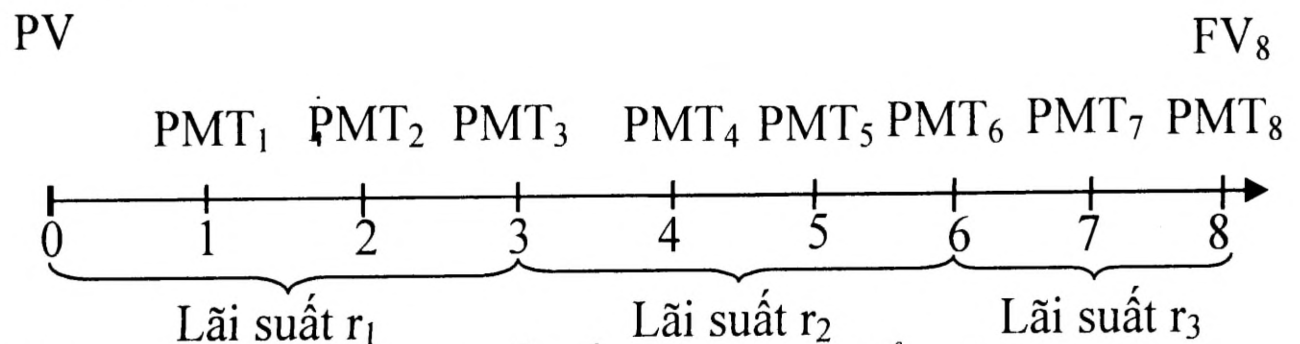
được tính toán theo lãi suất thay đổi.

Ví dụ 4.25: Một chuỗi tiền tệ gồm tám kỳ khoản PMT_1, PMT_2, PMT_3... PMT_8 phát sinh cuối kỳ, trong đó, ba kỳ đầu lãi suất áp dụng là r_1/kỳ, ba kỳ tiếp theo lãi suất áp dụng là r_2/kỳ và hai kỳ cuối cùng lãi suất áp dụng là r_3/kỳ.

Yêu cầu : Xác định giá trị tương lai và giá trị hiện tại của chuỗ tiền tệ trên.

Giải

Sơ đồ biểu diễn



Giá trị tương lai của chuỗi tiền tệ tại thời điểm tám

$$FV_8=PMT_1(1+r_1)^2(1+r_2)^3(1+r_3)^2+PMT_2(1+r_1)(1+r_2)^3(1+r_3)^2+ PMT_3(1+r_2)^3(1+r_3)^2+PMT_4(1+r_2)^2(1+r_3)^2+PMT_5(1+r_2)(1+r_3)^2 + PMT_6(1+r_3)^2 + PMT_7(1+r_3) +PMT_8$$

$$\Leftrightarrow FV_8=\sum_{k=1}^{3}PMT_k(1+r_1)^{3-k}(1+r_2)^3(1+r_3)^2+\sum_{k=4}^{6}PMT_k(1+r_2)^{6-k}(1+r_3)^2+ \sum_{k=7}^{8}PMT_k(1+r_3)^{8-k}$$

Giá trị hiện tại của chuỗi tiền tệ tại thời điểm 0

$$PV = PMT_1(1+r_1)^{-1} + PMT_2(1+r_1)^{-2} + PMT_3(1+r_1)^{-3}+ PMT_4(1+r_1)^{-3}(1+r_2)^{-1}+ PMT_5(1+r_1)^{-3}(1+r_2)^{-2} + PMT_6(1+r_1)^{-3}(1+r_2)^{-3} + PMT_7(1+r_1)^{-3}(1+r_2)^{-3}(1+r_3)^{-1}+ PMT_8(1+r_1)^{-3}(1+r_2)^{-3}(1+r_3)$$

$$PV=\sum_{k=1}^{3}PMT_k(1+r_1)^{-k}+\sum_{k=4}^{6}PMT_k(1+r_1)^{-3}(1+r_2)^{3-k}+ \sum_{k=7}^{8}PMT_k(1+r_1)^{-3}(1+r_2)^{-3}(1+r_3)^{6-k}$$

- Nếu $PMT_1 = PMT_2 = PMT_3 = ... = PMT_8 = PMT_k$

Ta có :

$$FV_8 = PMT\frac{(1+r_1)^3-1}{r_1}(1+r_2)^3(1+r_3)^2 + PMT\frac{(1+r_2)^3-1}{r_2}(1+r_3)^2 + PMT\frac{(1+r_3)^2-1}{r_3}$$

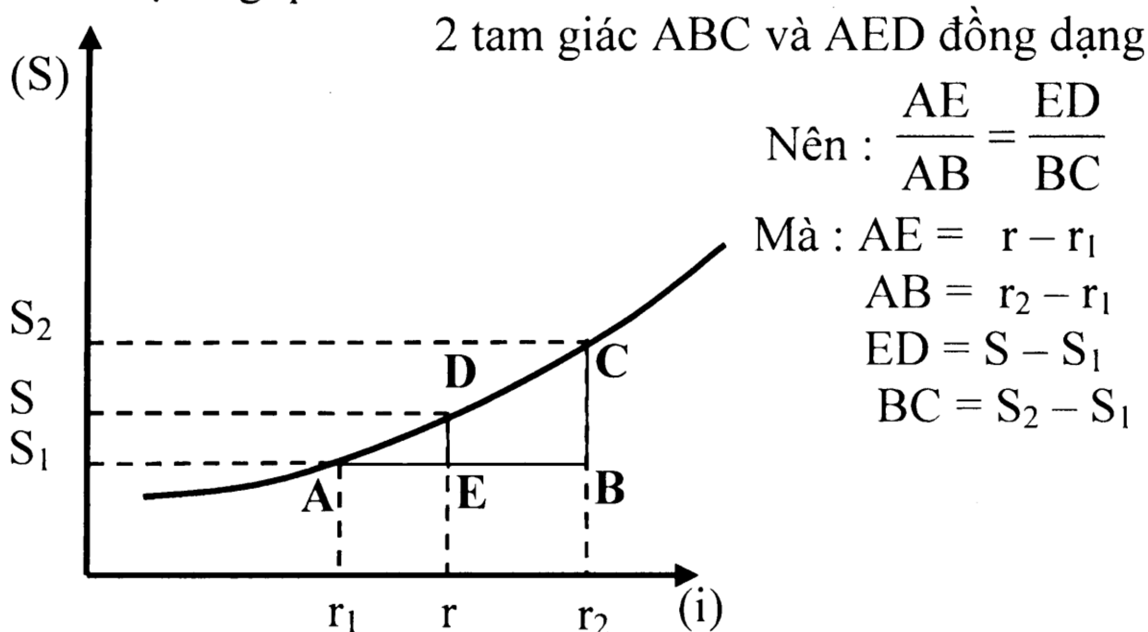
$$PV = PMT\,\frac{1-(1+r_1)^{-3}}{r_1} + PMT\,\frac{1-(1+r_2)^{-3}}{r_2}(1+r_1)^{-3} + PMT\,\frac{1-(1+r_3)^{-2}}{r_3}(1+r_2)^{-3}(1+r_1)^{-3}$$

Dựa trên phương pháp xây dựng các công thức tính trên, ta có thể áp dụng để có các công thức tính phù hợp trong từng trường hợp cụ thể.

Công thức nội suy

♣ ***Hàm số mũ đồng biến***

Ta có đồ thị tổng quát như sau :



2 tam giác ABC và AED đồng dạng

Nên : $\frac{AE}{AB} = \frac{ED}{BC}$

Mà : $AE = r - r_1$

$AB = r_2 - r_1$

$ED = S - S_1$

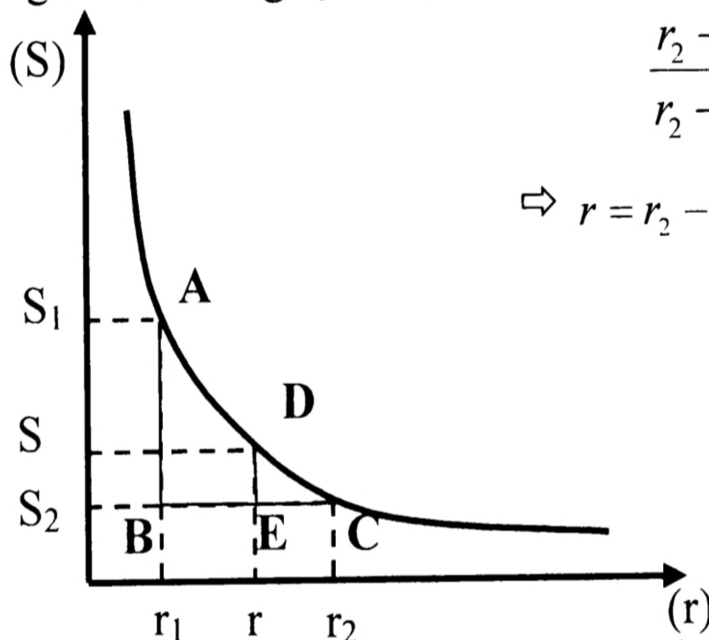
$BC = S_2 - S_1$

$$\Leftrightarrow \quad \frac{r - r_1}{r_2 - r_1} = \frac{S - S_1}{S_2 - S_1}$$

$$\Rightarrow \quad r = r_1 + (r_2 - r_1)\frac{S - S_1}{S_2 - S_1} \ (\blacklozenge)$$

♣ ***Hàm số mũ nghịch biến***

Chứng minh tương tự trên, ta có :



$$\frac{r_2 - r}{r_2 - r_1} = \frac{S - S_2}{S_1 - S_2}$$

$$\Rightarrow r = r_2 - (r_2 - r_1)\frac{S - S_2}{S_1 - S_2} \; (\blacklozenge\blacklozenge)$$

Nhận xét : Công thức tính r của hàm số mũ đồng biến và nghịch biến là như nhau

Chứng minh :

Từ (♦) ta có : $r = r_1 + (r_2 - r_1)\dfrac{S - S_1}{S_2 - S_1}$

$$\Leftrightarrow r + r_2 = r_1 + (r_2 - r_1)\frac{S - S_1}{S_2 - S_1} + r_2$$

$$\Leftrightarrow \quad r_2 - (r_2 - r_1)\frac{S_2 + S_1 - S - S_2}{S_1 - S_2} = r_1 + r_2 - r$$

$$\Leftrightarrow r_2 - (r_2 - r_1)\frac{(S_1 - S_2) - (S - S_2)}{S_1 - S_2} = r_1 + r_2 - r$$

$$\Leftrightarrow r_2 - (r_2 - r_1)\frac{S - S_2}{S_1 - S_2} = r_2 + r - r_1 - (r_2 - r_1) = (\blacklozenge\blacklozenge)$$

Lưu ý: Vì đồ thị của hàm số mũ là một đường cong nên công thức nội suy chỉ khá chính xác khi khoảng cách giữa r_1 và r_2 không lớn, thường $(r_2 - r_1) \leq 1\%$.

BÀI TẬP CHƯƠNG IV

Bài 98

Để thành lập một số vốn, một doanh nghiệp gửi vào một tài khoản cuối mỗi năm một số tiền không đổi là 1 triệu đồng. Hãy cho biết số tiền trong tài khoản này vào lúc doanh nghiệp gửi tiền lần thứ sáu, nếu lãi suất là 26% /năm.

Bài 99

Cho biết số tiền gởi cuối mỗi năm vào một tài khoản tiết kiệm, lãi suất 19% /năm để thành lập một số vốn là 50 triệu đồng vào lúc đóng khoản thanh toán thứ năm.

Bài 100

Một công ty muốn thành lập một số vốn 100 triệu đồng bằng cách đóng vào một quỹ chìm cuối mỗi năm một số tiền không đổi là 8 triệu đồng với lãi suất 21% /năm. Cho biết số năm phải đóng tiền. Biện luận với n nguyên.

Bài 101

Một số vốn 100 000 000 đồng đã được thành lập sau sáu năm bằng cách đầu tư cuối sáu tháng một số tiền không đổi là 5 000 000đồng. Cho biết lãi suất đã được áp dụng cho kỳ sáu tháng

Bài 102

Xác định số khoản thanh toán 100 000 đồng cần đóng mỗi đầu năm để được 1 000 000 đồng vào cuối năm cuối cùng, với lãi suất áp dụng là 19% /năm. Biện luận với n nguyên.

Bài 103

Một công ty muốn có một số vốn tích lũy là 1 triệu USD. Khả năng tài chính của công ty có thể tích lũy hàng năm 100 000 USD và nếu gửi số tích lũy hàng năm vào ngân hàng (gửi vào đầu mỗi năm) với lãi suất 4% /năm thì sau bao nhiêu kỳ gửi công ty trên sẽ đạt được số vốn như mong muốn.

Bài 104

Một chuỗi tiền tệ phát sinh cuối kỳ gồm tám kỳ khoản, kỳ khoản đầu tiên 150 triệu đồng và kỳ khoản sau tăng hơn kỳ khoản trước đó 50 triệu đồng, lãi suất 8% /kỳ. Xác định giá trị

tương lai và hiện giá của chuỗi tiền tệ trên.

Bài 105

Một chuỗi tiền tệ có mười hai kỳ khoản, phát sinh cuối kỳ, kỳ khoản đầu tiên là 100 triệu đồng và cứ kỳ sau tăng hơn kỳ trước 10%, lãi suất 7,5% /kỳ. Xác định giá trị tương lai và hiện giá của chuỗi tiền tệ trên.

Bài 106

Một người gửi tiền đều đặn vào ngân hàng cuối mỗi năm. Năm đầu tiên gửi 10 triệu đồng và năm sau tăng hơn so với năm trước 1 triệu đồng, liên tiếp trong tám năm. Ba năm sau ngày gửi tiền cuối cùng, người này rút ra đều đặn hàng năm những khoản tiền bằng nhau trong năm năm thì tài khoản kết toán. Xác định số tiền người này rút ra hàng năm, nếu lãi suất tiền gửi là 8% /năm.

Bài 107

Công ty mua trả chậm một hệ thống thiết bị với tổng số tiền thanh toán là 200 000USD theo phương thức trả như sau: ngay sau khi giao hàng trả 20%, số còn lại trả đều trong năm năm. Nếu phải trả sau khi nhận thiết bị hai năm thì số tiền phải trả là 195 405 USD. Xác định lãi suất trả chậm.

Bài 108

Công ty X bán trả chậm một hệ thống thiết bị với tổng số tiền thanh toán là 2 tỷ đồng, phương thức thanh toán như sau: trả ngay 500 triệu đồng, số còn lại trả trong năm năm với số tiền trả mỗi năm bằng nhau. Người mua thiết bị đề nghị với công ty chỉ trả một lần duy nhất với khoản tiền là 1850 triệu đồng vào cuối năm thứ hai sau ngày nhận thiết bị. Lãi suất trả chậm là 9% /năm.

a. Công ty có nên bán thiết bị trên hay không? Tại sao?

b. Nếu đồng ý với số tiền thanh toán là 1850 triệu đồng thì công ty nên yêu cầu người mua trả vào lúc nào là hợp lý nhất?

Bài 109

Ông M mua trả góp một món hàng. Người bán đề ra chính sách bán trả chậm như sau: cuối mỗi tháng trả một số tiền 1 200 000 đồng liên tiếp trong hai năm, lãi suất 0,85% /tháng.

Ông M đề nghị được trả cuối mỗi quý, mỗi lần một số tiền bằng nhau trong hai năm. Xác định số tiền ông M phải trả mỗi quý.

Bài 110

Một công ty mua một hệ thống thiết bị. Có ba phương thức thanh toán được đề nghị như sau:

Phương thức nhất: trả ngay 1200 triệu đồng.

Phương thức hai: trả làm hai kỳ, mỗi kỳ trả 925 triệu, kỳ trả đầu tiên bốn năm sau ngày nhận thiết bị và kỳ trả thứ hai tám năm sau ngày nhận thiết bị.

Phương thức ba: trả làm năm năm, mỗi năm trả 300 triệu động, kỳ trả đầu tiên một năm sau ngày nhận thiết bị.

Nếu lãi suất hai bên mua và bán thỏa thuận là 8% /năm, bạn hãy giúp công ty bạn chọn cách thanh toán tối ưu?

Bài 111

Một người đầu tư một khoản vốn và có được thu nhập qua các năm như sau:

Cuối năm thứ nhất:	520 triệu đồng
Cuối năm thứ hai:	760 triệu đồng
Cuối năm thứ ba:	450 triệu đồng

Biết rằng lãi suất của hoạt động đầu tư này là 12,5% /năm, hãy xác định:

a/ Giá trị người đó thu được ở cuối năm thứ tư;

b/Số vốn đầu tư ban đầu.

Bài 112

Một người mua cổ phiếu giá 28 500 đồng, cổ tức nhận được ở cuối các năm lần lượt là 1700 đồng, 1900 đồng, 2050 đồng. Nếu giá cổ phiếu ở cuối năm thứ tư là 32 500 đồng, xác định tỷ suất sinh lợi của cổ phiếu trên.

Bài 113

Công ty A phát hành một đợt trái phiếu, mệnh giá 100 000 đồng, lãi suất 10% /năm, thời hạn năm năm. Trái phiếu được trả lãi định kỳ mỗi năm, nợ gốc trả khi đáo hạn.

a. Để đạt được tỷ suất sinh lợi 12% /năm thì nhà đầu tư

trái phiếu phải mua trái phiếu với giá bao nhiêu?

b. Nếu sau ba năm (nhận được lợi tức ở cuối năm thứ ba) nhà đầu tư bán lại trái phiếu trên với giá 108 000 đồng, xác định tỷ suất sinh lợi khi đầu tư vào loại trái phiếu trên.

Bài 114

Ông S gửi vào ngân hàng đầu mỗi tháng 1triệu đồng liên tiếp trong một năm, lãi gộp vốn ba tháng một lần là 2,4%. Xác định số tiền ông S đạt được ở cuối năm.

Bài 115

Một chuỗi tiền tệ phát sinh cuối kỳ gồm mười hai kỳ khoản:
Bốn kỳ khoản đầu tiên, mỗi kỳ khoản có giá trị 10 triệu đồng.
Bốn kỳ khoản tiếp theo, mỗi kỳ khoản có giá trị 12 triệu đồng.
Bốn kỳ khoản cuối cùng, mỗi kỳ khoản có giá trị 15 triệu đồng.

Nếu lãi suất là 5% /kỳ, xác định giá trị tương lai và hiện giá của chuỗi tiền tệ trên.

Bài 116

Một hợp đồng vay vốn gồm những điều kiện sau:

Mỗi năm bên đi vay phải trả 200 triệu đồng.
Thời hạn trả mười năm.
Lần trả đầu tiên ngay sau ngày ký hợp đồng.
Lãi suất 9% /năm.

Xác định số vốn vay.

Bài 117

Một người muốn có một số vốn là 1 tỷ đồng trong tương lai. Đầu mỗi năm người này gửi vào ngân hàng những số tiền bằng nhau với lãi suất 7,2% /năm, liên tiếp trong tám năm. Xác định số tiền ông ta phải gửi mỗi năm.

Bài 118

Một chuỗi tiền tệ phát sinh (đầu hoặc cuối kỳ) có hiện giá 450 triệu đồng, giá trị mỗi kỳ khoản là 30 triệu đồng và gồm có mười một kỳ khoản. Xác định lãi suất của chuỗi tiền tệ trên.

Bài 119

Cho biết số tiền có thể vay được vào ngày 1/1/05: Nếu số nợ

được thanh toán bằng năm kỳ trả hàng năm mà mỗi kỳ là 30 triệu đồng vào ngày 01/01 từ năm 2006 đến 31/12/2010 và r = 18% /năm.

Bài 120

Ông Z gửi ngân hàng đầu mỗi tháng 5 triệu đồng, liên tiếp trong hai năm, lãi gộp vốn ba tháng một lần là 1,75%. Từ đầu năm thứ ba trở đi, ông Z gửi vào mỗi quý 20 triệu đồng. Từ đầu năm thứ tư trở đi ông lại rút ra mỗi quý 40 triệu đồng. hãy xác định số kỳ rút tiền và số tiền rút được ở kỳ cuối cùng.

Bài 121

Ông X gửi ngân hàng đầu quý thư nhất 20 triệu đồng và cứ quý sau tăng hơn quý trước 2 triệu đồng, lãi suất 2% /quý. Từ đầu năm thứ tư trở đi, ông X rút ra mỗi quý 50 triệu đồng. Sau bao nhiêu kỳ rút tiền thì tài khoản của ông X kết toán.

Bài 122

Để có một số vốn đầu tư trong tương lai, một công ty gửi vào ngân hàng cuối mỗi năm, năm đầu tiên gửi 1000 triệu đồng, sáu năm tiếp theo mỗi năm tăng 8% so với năm trước, lãi suất 7,2% /năm. Xác định số vốn công ty có được sau kỳ gửi cuối cùng.

Sau đó, công ty đầu tư vào một dự án. Từ đầu năm thứ tám trở đi, công ty rút ra mỗi năm một số tiền bằng nhau trong bốn năm. Xác định số tiền công ty rút được mỗi năm.

Bài 123

Ông A gửi tiền vào ngân hàng đều đặn đầu mỗi quý 20 triệu đồng liên tiếp trong hai năm với lãi suất 1,8% /quý. Từ năm thứ ba trở đi, ông A rút ra cuối mỗi quý một số tiền bằng nhau trong một năm thì tài khoản tiết kiệm kết toán. Xác định số tiền ông A rút ra mỗi quý.

Bài 124

Ông N mua trả góp một món hàng, người bán đề ra chính sách bán trả chậm như sau : trả vào cuối mỗi tháng số tiền bằng nhau là 1 triệu đồng trong ba năm hoặc trả ngay 30 633 420 đồng. Ông N đề nghị được trả sáu tháng một lần (trả cuối kỳ) cũng trong thời gian hạn định. Xác định số tiền ông N phải trả mỗi kỳ.

Bài 125

Công ty H mua trả chậm một hệ thống thiết bị. Người bán đề nghị các phương thức thanh toán sau :

Phương thức một : Trả làm sáu kỳ, mỗi kỳ cách nhau một năm, kỳ trả đầu tiên ba năm sau ngày nhận thiết bị, số tiền trả mỗi kỳ là 180 triệu đồng.

Phương thức hai : Trả làm tám kỳ, mỗi kỳ cách nhau một năm, kỳ trả đầu tiên một năm sau ngày nhận thiết bị, bốn kỳ đầu trả mỗi kỳ 100 triệu đồng, bốn kỳ sau trả mỗi kỳ là 150 triệu đồng.

Phương thức ba : Trả làm ba kỳ

Kỳ thứ một : Trả 300 triệu đồng, hai năm sau ngày nhận thiết bị

Kỳ thứ hai: Trả 200 triệu đồng, hai năm sau lần trả thứ một

Kỳ thứ ba : Trả 500 triệu đồng, ba năm sau lần trả thứ hai

Nếu lãi suất trả chậm là 10% /năm.

Hãy giúp công ty lựa chọn phương án thanh tóan tối ưu.

Bài 126

Công ty K mua trả chậm một hệ thống thiết bị. Người bán đề nghị các phương thức thanh toán sau :

Phương thức một: Trả ngay 100 triệu đồng và năm sau tăng hơn năm trước 10 triệu đồng trong bảy năm kế tiếp.

Phương thức hai: Trả ngay 100 triệu đồng và năm sau tăng hơn năm trước 8% trong bảy năm kế tiếp.

Phương thức ba: Trả làm năm kỳ, mỗi kỳ cách nhau hai năm, kỳ trả đầu tiên hai năm sau ngày nhận thiết bị, mỗi kỳ trả 250 triệu đồng

Nếu lãi suất trả chậm là 9% /năm.

Hãy giúp công ty lựa chọn phương án thanh toán tối ưu.

Bài 127

Theo khế ước, một công ty phải trả bốn khoản thanh toán không đổi 10 triệu đồng, khoản thứ nhất sau ngày ký một năm.Công ty được chủ nợ chấp nhận cho thay thế các khoản thanh toán trên bằng mười kỳ trả định kỳ sáu tháng, kỳ trả thứ nhất sau ngày ký mười tám tháng. Xác định mệnh giá mỗi kỳ trả với lãi suất áp dụng là 8% /sáu tháng (lãi suất hàng năm là lãi suất tương đương)

Bài 128

Một hàng hóa nếu bán trả ngay là 400 triệu đồng, nếu bán theo phương thức trả góp với kỳ trả ba tháng một lần với số tiền bằng nhau. Có hai phương thức trả tiền là trả cuối kỳ hoặc trả đầu kỳ.

Yêu cầu :

a. Nếu r = 6%; n= 10. Tính PMT.

b. Nếu PMT = 50 triệu đồng; r = 6%. Tính n. Biện luận với n nguyên.

c. Nếu PMT = 50 triệu đồng; n = 20. Tính lãi suất.

Bài 129

Một nợ vay 1200 triệu đồng, thực hiện trả góp hàng năm với số tiền bằng nhau, kỳ trả đầu tiên là một năm sau khi vay, thời gian trả là hai mươi năm theo các lãi suất trả góp như sau :

Lãi suất hàng năm trong năm năm đầu là 7% /năm
Lãi suất hàng năm trong năm năm kế tiếp là 10% /năm
Lãi suất hàng năm trong năm năm tiếp theo là 13% /năm
Lãi suất hàng năm trong năm năm cuối là 11% /năm

Yêu cầu :

Số tiền phải trả góp mỗi năm là bao nhiêu?

Bài 130

Hãy tính lại yêu cầu của bài 126 với điều kiện tiền trả góp vào đầu năm.

Bài 131

Một khoản nợ vay là 1000 triệu đồng thực hiện trả góp hàng năm theo nguyên tắc tăng dần theo cấp số cộng, kỳ trả đầu tiên là một năm sau khi vay với số tiên là 50 triệu đồng, công sai của cấp số cộng là 25 triệu đồng.

Yêu cầu :

Nếu lãi suất cho vay là 20% /năm. Hãy xác định số năm trả góp. Biện luận với n nguyên.

Nếu thời gian trả góp là mười lăn năm. Tính lãi suất?

CHƯƠNG V

PHƯƠNG PHÁP TÍNH TOÁN HIỆU QUẢ CỦA DỰ ÁN ĐẦU TƯ

5.1. CÁC VẤN ĐỀ VỀ ĐẦU TƯ

Trước khi quyết định đầu tư dài hạn người ta phải thiết lập dự án kinh doanh, điều cần thiết trong dự án là phải ước tính được thu nhập và chi phí để có thể xác định được lợi nhuận dự kiến hay nói cách khác là xác định được hiệu quả của dự án đầu tư. Công việc này đòi hỏi sự tham gia của nhiều nhân sự thuộc các bộ phận khác nhau như Tài chính, Kế toán, Thống kê, Marketing...Để cùng dự báo về doanh số, chi phí các loại...Và đây là cơ sở để tính toán; ra quyết định về mặt tài chính.

5.1.1. Chi phí trong hoạt động đầu tư

Có nhiều hoạt động đầu tư khác nhau :

- Đầu tư cho sản xuất kinh doanh
- Đầu tư tài chính

Các chi phí trong hoạt động đầu tư bao gồm : chi phí khảo sát, thăm dò, thiết kế, xây dựng, mua sắm và lắp đặt máy móc, thiết bị…Mà nhà đầu tư phải bỏ ra trong giai đoạn xây dựng cơ bản... Trong trường hợp đầu tư vào sản xuất kinh doanh; hoặc chi phí đầu tư là tổng số tiền cho vay, mua trái phiếu, mua cổ phiếu…Trong trường hợp đầu tư vào hoạt động tài chính.

Kết thúc quá trình xây dựng cơ bản ban đầu người ta có được tổng số tiền chi phí đầu tư ban đầu.

Chú ý khi tính chi phí đầu tư cho dự án; chỉ đưa vào chi phí đầu tư những chi phí nào phát sinh từ dự án, tránh đưa vào những khoản chi phí thuộc dự án khác không còn khả năng thu hồi và không liên quan đến dự án đầu tư đang tính toán.

Đối với toán tài chính, chi phí là ròng chi ra COF (Cash outflow) nên mang dấu (-).

5.1.2. Thu nhập trong hoạt động đầu tư

Thu nhập trong hoạt động đầu tư bao gồm : tiền khấu hao và tiền lãi sau thuế trong giai đoạn khai thác hoạt động kinh doanh.

Nếu dự tính thu nhập cho mỗi năm, người ta tính như sau :

Thu nhập từ hoạt động đầu tư năm k	=	**Tiền khấu hao năm k**	+	**Lợi nhuận sau thuế năm k**

Trong đó :

- Tiền khấu hao năm k : Tiền khấu hao tài sản cố định hay là tiền khấu hao của tổng số tiền đầu tư ban đầu.

Tiền khấu hao này phụ thuộc vào giá trị tài sản cần tính khấu hao năm và phương pháp khấu hao được áp dụng

- Lợi nhuận sau thuế (Lãi ròng - EAT) năm k là kết quả của tổng doanh thu năm k trừ cho tổng chi phí năm k.

Quan điểm về thu nhập và chi phí của kế toán tài chính và quản trị tài chính có những khác biệt nhất định.

- Kế toán tài chính xác định các khoản chi phí, thu nhập dựa trên cơ sở việc thu, chi tiền đã hoàn tất.

Trong khi đó, để đánh giá các dự án kinh doanh quản trị tài chính chỉ cần xác định khoản thu nhập hay chi phí đó là có thật.

Trên phương diện kế toán, chi phí khấu hao tài sản cố định làm giảm lợi nhuận của doanh nghiệp.

Trên phương diện tài chính, khấu hao tài sản cố định làm giảm thuế thu nhập doanh nghiệp phải nộp, vì vậy, nó có tác dụng gián tiếp đến thu nhập của dự án nên nó được coi là cơ hội (là khoản thu nhập) của dự án.

Ví dụ 5.1 : Trích báo cáo kết quả hoạt động kinh doanh của Công ty X

Khoản mục	*Số liệu theo kế toán*	*Số liệu theo tài chính*
Doanh thu thuần	1 000	1 000
- Chi phí sản xuất (chưa bao gồm khấu hao)	550	550
- Khấu hao TSCĐ	50	
Lợi nhuận gộp	400	450
- Chi phí bán hàng	100	100
- Chi phí quản lý	200	200
Lợi nhuận trước thuế	100	150

5.1.2.1. Các phương pháp khấu hao tài sản cố định

5.1.2.1.1. Khấu hao đường thẳng (Straight line Depreciation)

Ta có:

$$D_k = \frac{HC}{N} = T \,.\, HC$$

Với :

$$T = \frac{1}{N}.100\% = T$$

trong đó: D_k : mức khấu hao mỗi năm;
T : tỷ lệ khấu hao mỗi năm;
HC : nguyên giá TSCĐ;
N : số năm ước tính sử dụng thực tế.

5.1.2.1.2. Khấu hao theo số dư giảm dần

Ta có:

$$D_k = T' \,.\, RC_k$$

Với: $T' = T \,.\, h$

trong đó: D_k: mức khấu hao năm thứ k

RC_k: giá trị còn lại của TSCĐ tính ở đầu năm k

T’: tỷ lệ khấu hao theo phương pháp khấu hao số dư giảm dần.

h : hệ số điều chỉnh

Tùy theo qui định của mỗi quốc gia và yêu cầu hoàn vốn mà hệ số điều chỉnh có thể khác nhau. Ở nước ta hiện nay hệ số điều chỉnh được qui định như sau :

Thời gian sử dụng của TSCĐ	Hệ số điều chỉnh (lần)
Đến bốn năm (N < = 4 năm)	h = 1,5
Trên bốn – sáu năm (4 < N < = 6 năm)	h = 2
Trên sáu năm (N > 6 năm)	h = 2,5

Khuyết điểm lớn nhất của phương pháp này là không khấu hao hết nguyên giá tài sản, nên trong thực tế, doanh nghiệp sử dụng phương pháp khấu hao này thường kết hợp với phương pháp khấu hao đường thẳng hoặc tính phần giá trị còn lại vào số tiền khấu hao năm cuối.

5.1.2.1.3. Khấu hao theo tổng số thời gian (Sum of year Digits Depreciation)

Ta có:

$$D_k = T_k \cdot HC$$

$$\text{Với : } \quad T_k = \frac{N_R}{\sum t_k}.100\%$$

trong đó:

D_k: mức khấu hao năm t

HC: nguyên giá của TSCĐ

T_k: Tỷ lệ khấu hao năm t theo phương pháp khấu hao tổng số

N_R: Số năm còn lại chưa sử dụng TSCĐ tính ở đầu năm t

$\sum t_k$: Tổng dãy số các năm sử dụng TSCĐ

Ví dụ 5.2: Một đầu tư dài hạn với tổng số tiền đầu tư là 1000 triệu đồng, thời gian khấu hao dự tính năm năm.

Yêu cầu :Tính tiền khấu hao hàng năm theo phương pháp đường thẳng; phương pháp khấu hao theo số dư giảm dần và phương pháp khấu hao theo tổng số thời gian.

Giải

Tiền khấu hao hàng năm theo các phương pháp trên như sau:

Năm	Khấu hao theo đường đẳng	Khấu hao theo số dư giảm dần	Khấu hao theo tổng số thời gian
1	1 000 . 20% = 200	1 000 . 40% = 400	1 000 . 33% = 330
2	1 000 . 20% = 200	600 .40% = 240	1 000 . 27% = 270
3	1 000 . 20% = 200	360 . 40% = 144	1 000 . 20% = 200
4	1 000 . 20% = 200	216 . 40% = 86,4	1 000 . 13% = 130
5	1 000 . 20% = 200	129,6	1 000. 7% = 70

5.1.2.2. Lợi nhuận sau thuế

Dựa vào cách phân loại chi phí, người ta có thể tính lợi nhuận sau thuế như sau:

Cách 1

Dự tính kết quả kinh doanh năm k		Số tiền
1	Tổng doanh thu tiêu thụ	10 000
2	Tổng giá vốn hàng bán ra	6 000
3	Lãi gộp (3) = (1) - (2)	4 000
4	Chi phí quản lý doanh nghiệp	2 000
5	Chi phí bán hàng	500
6	Lợi nhuận trước thuế và lãi vay (6) = (3) -(4) - (5)	1 500
7	Chi phí lãi vay	500
8	Lợi nhuận trước thuế (8) = (6) - (7)	1 000
9	Thuế thu nhập doanh nghiệp (thuế suất 28%)	280
10	Lợi nhuận sau thuế (10) = (8) - (9)	720

Cách 2:

Dự tính kết quả kinh doanh năm k		Số tiền
1	Tổng doanh thu tiêu thụ	10 000
2	Tổng biến phí	6 000
3	Lãi trên biến phí (3) = (1) - (2)	4 000
4	Tổng định phí	2 500
5	Lợi nhuận trước thuế và lãi vay (5) = (3) -(4)	1 500
6	Chi phí lãi vay	500
7	Lợi nhuận trước thuế (7) = (5) - (6)	1 000
8	Thuế thu nhập doanh nghiệp (thuế suất 28%)	280
9	Lợi nhuận sau thuế (9) = (7) - (8)	720

Đối với toán tài chính, thu nhập là dòng thu vào CIF (Cash inflow) nên mang dấu (+).

5.1.2.3. Các khoản thu nhập tăng thêm

Khi tính toán dự án, người ta phải đưa vào tất cả các khoản thu nhập phát sinh từ dự án, ví dụ : Các khoản thu nhập tăng thêm có thể do các quyết định thay thế thiết bị, thay thế địa điểm đầu tư hay chọn một dự án thay thế.

Ví dụ 5.3: Doanh nghiệp A đang sử dụng một thiết bị sản xuất có :

- Thời gian sử dụng dự kiến là năm năm
- Giá trị còn lại của tài sản tại thời điểm hiện tại là 10 000 USD
- Thu nhập ước tính của tài sản này là 20 000 USD/năm

Hiện nay, doanh nghiệp đang xem xét để mua một thiết bị mới thay thế với :

- Thời gian sử dụng dự kiến là năm năm
- Thu nhập ước tính là 25 000 USD/năm
- Nguyên giá là 30 000 USD
- Dự kiến đến hết năm thứ năm thanh lý thiết bị được 1 000 USD

Ta có :

Diễn giải	Thời gian sử dụng					
	0	1	2	3	4	5
Nguyên giá thiết bị mới	-30 000					
Thu nhập thiết bị mới		25 000	25 000	25000	25 000	26 000
Thanh lý thiết bị cũ	10 000					
Thu nhập thiết bị cũ		-15 000	-15 000	15000	-15 000	-15 000
Thu nhập tăng thêm	-20 000	10 000	10 000	10 000	10 000	11 000

Dựa vào thu nhập tăng thêm này doanh nghiệp sẽ tính toán và quyết định xem có nên thay thế thiết bị cũ hay không.

Các khoản thu nhập tăng thêm cần xác định và đánh giá xem chúng có đủ bù đắp phần chi phí tăng thêm hay không, dựa vào các chỉ tiêu đánh giá để lựa chọn hay không lựa chọn dự án.

5.1.3. Lãi suất sử dụng tiền trong hoạt động đầu tư

Vốn đầu tư ban đầu (tiền đầu tư) có thể là vốn chủ sở hữu hoặc vốn vay. Với vốn chủ sở hữu, khi đầu tư vào dự án nhà đầu tư mất một khoản chi phí cơ hội. Với vốn vay, nhà đầu tư phải mất chi phí sử dụng vốn (lãi trả cho chủ nợ). Vì vậy, cần phải tính toán chi phí sử dụng tiền trong hoạt động đầu tư với lãi suất sử dụng tiền trên thang thời gian.

Đối với vốn vay : Ta có hai khái niệm về lãi suất

- Lãi suất sử dụng vốn vay trước thuế : Lãi suất được quy định trong Hợp đồng vay (r_t)

- Lãi suất sử dụng vốn vay sau thuế :

Trích Báo cáo Kết quả hoạt động kinh doanh Lợi nhuận trước thuế và lãi vay (EBIT) - Chi phí lãi vay (= Vốn vay . r_t) Lợi nhuận trước thuế (EBT = EBIT – Chi phí lãi vay) - Thuế thu nhập doanh nghiệp (T = t . EBT) Lợi nhuận sau thuế (EAT = EBT - T)

Ta có : EAT = EBT - T = EBT (1- t)

⇔ EAT = (EBIT - Vốn vay . r_t)(1- t)

$$EAT = EBIT . (1- t) – Vốn\ vay \underbrace{. r_t . (1- t)}_{Lãi\ vay\ sau}$$

Vậy :

Lãi vay sau thuế = Lãi vay trước thuế (1 - Thuế suất thuế TN doanh nghiệp)

Ví dụ : Doanh nghiệp A sử dụng vốn vay để đầu tư với lãi suất trong hợp đồng vay là r_t = 12% /năm. Thuế suất thuế thu nhập doanh nghiệp t = 28%

⇔ Lãi suất vay sau thuế (r_s) = 12% (1 - 28%) = 8,64% /năm

Lãi suất vay sau thuế được sử dụng để đánh giá hiệu quả của hoạt động đầu tư dài hạn.

+ Đối với vốn chủ sở hữu

Lãi suất sử dụng vốn chủ sở hữu (r_{OE})là doanh lợi vốn chủ sở hữu của hoạt động đầu tư.

$$\mathbf{r_{OE} = ROE = \frac{Lợi\ nhuận\ đầu\ tư}{Vốn\ chủ\ sở\ hữu}}$$

Dự án đầu tư có sử dụng cả vốn vay và vốn chủ sở hữu

Lãi suất sử dụng vốn trong hoạt động đầu tư được tính như sau :

Ta có:

$$r = \sum_{k=1}^{m} t_{D_k}.r_0\ (1-t) + \sum_{k=1}^{n} E_k.R_k$$

trong đó :

r: lãi suất sử dụng vốn

t_{D_k}: tỷ trọng vốn vay trên tổng vốn đầu tư

r_0 : lãi suất trên hợp đồng vay (Lãi suất trước thuế) của món nợ k

t : thuế suất thuế thu nhập doanh nghiệp

E_k: tỷ trọng vốn chủ sở hữu trên tổng vốn đầu tư

R_k: ROE_k

Ví dụ 5.4: Một dự án đầu tư cần một số vốn đầu tư ban đầu dự tính lấy từ các nguồn như sau :

Nguồn vốn	**Tỷ trọng**	r_t	$r_s = r_t.(1 - t)$
Nợ vay			
- A	10%	12%	12%(1 – 28%) = 8,64%
- B	15%	10%	10%(1 – 28%) = 7,2%
- C	20%	15%	15%(1 – 28%) =10,8%
Vốn chủ sở hữu			
- X	15%		12%
- Y	20%		15%
- Z	20%		18%
Cộng	100%		

Biết rằng thuế suất thuế thu nhập doanh nghiệp là 28%.

Tính lãi suất sử dụng vốn đầu tư của dự án.

Giải

Ta có :

Nguồn vốn	Tỷ trọng	r_s	r = Tỷ trọng . r_s
Nợ vay - A - B - C	10% 15% 20%	8,64% 7,2% 10,8%	10% . 8,64% = 0,864% 15% . 7,2% = 1,08% 20% . 10,8% = 2,16%
Vốn chủ sở hữu - X - Y - Z	15% 20% 20%	12% 15% 18%	15% . 12% = 1,8% 20% . 15% = 3% 20% . 18% = 3,6%
Cộng	**100%**		**12,504%**

Vậy, lãi suất sử dụng vốn đầu tư của dự án là r = 12,504% /năm.

5.2. HIỆN TẠI HOÁ CÁC KHOẢN ĐẦU TƯ

5.2.1. Nguyên tắc

Để đánh giá hiệu quả của dự án, người ta phân loại các dự án dựa trên mối quan hệ, cách phân loại này rất hữu hiệu trong trường hợp nhiều dự án cần đánh giá cùng lúc để ra quyết định. Theo phương pháp phân loại này, các dự án được phân thành :

5.2.1.1. Dự án độc lập

Những dự án đầu tư mà cả trong trường hợp được chấp nhận hay không được chấp nhận đều không ảnh hưởng đến ròng tiền tệ của các dự án khác thì được coi là độc lập về mặt tài chính.

Khi hai dự án được coi là độc lập về mặt tài chính thì việc đánh giá, chấp nhận hay từ chối một dự án nào đó sẽ không chịu ảnh hưởng bởi quyết định của dự án kia. Tuy nhiên, chúng ta phải hiểu sự độc lập này chỉ mang tính tương đối, không thể có sự độc lập không có bất kỳ mối liên hệ nào giữa các dự án, vì

chúng còn có những mối liên hệ trên nhiều phương diện khác. Ví dụ : Hai dự án độc lập cùng chịu sự chi phối của các điều kiện kinh tế, tăng hoặc giảm giá trị của dòng tiền dự án...

5.2.1.2. Dự án phụ thuộc

Những dự án mà việc chấp nhận hay từ chối một dự án khác sẽ ảnh hưởng đến dòng tiền tệ của nó thì được coi là dự án phụ thuộc về mặt tài chính đối với dự án còn lại.

Trong thực tế loại dự án này thường là dự án phụ thuộc lẫn nhau về mặt tài chính, nghĩa là một dự án lệ thuộc vào một hay nhiều dự án khác và ngược lại, nó cũng có những ảnh hưởng nhất định đối với những dự án mà nó phụ thuộc.

Ví dụ : Dự án khuyến mãi điện thoại di động của một hãng nào đó sẽ làm gia tăng nhu cầu sử dụng những công cụ hỗ trợ tương ứng, ngược lại, các công cụ hỗ trợ càng hoàn hảo thì sẽ có tác dụng gia tăng nhu cầu của khách hàng đối với mặt hàng điện thoại di động của hãng đó.

5.2.1.3. Dự án loại trừ

Dự án loại trừ nhau là những dự án mà khi dự án được chấp nhận sẽ làm triệt tiêu hoàn toàn các khoản lợi nhuận của dự án khác. Nói cách khác, nếu một trong số dự án được chấp nhận thì các dự án kia sẽ bị loại bỏ.

Ví dụ : Doanh nghiệp cần đầu tư tài sản cố định, doanh nghiệp có ba dự án để lựa chọn;

- Bỏ vốn sở hữu ra mua tài sản;
- Vay vốn để mua tài sản;
- Thuê tài chính.

Nếu doanh nghiệp quyết định lựa chọn một trong số ba dự án thì hai dự án còn lại sẽ bị loại trừ.

Một trong những nguyên nhân chính khiến cho các dự án được chấp nhận hay không chấp nhận chính là khả năng huy động về mặt tài chính, trong trường hợp này, các dự án loại trừ nhau, cạnh tranh lẫn nhau về mặt tài chính tạo mức độ phụ thuộc lẫn nhau giữa những dự án đầu tư tiềm tàng.

Các tiêu chuẩn chủ yếu để đánh giá các dự án

Giá trị hiện tại ròng của đầu tư (NPV) tại một thời điểm được chọn theo một lãi suất sử dụng vốn đầu tư r

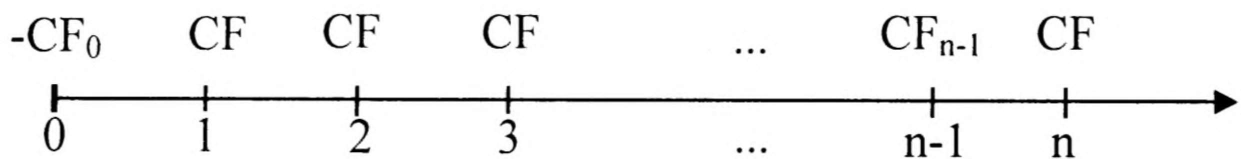
- Lợi suất của đầu tư (IRR).
- Chỉ số lợi nhuận của đầu tư.
- Thời gian hoàn vốn.

5.2.2. Giá trị hiện tại ròng trên thang thời gian (Net Present Value - NPV)

5.2.2.1. Sơ đồ và công thức tính NPV

Ta có sơ đồ biểu diễn chi phí và thu nhập của dự án đầu tư như sau :

NPV



trong đó :

- **CF_0 :** tổng chi phí đầu tư ban đầu của dự án tại thời điểm 0 (mang dấu (-))
- **CF_k:** thu nhập của dự án đầu tư năm k (mang dấu (+)).

CF_k = Tiền khấu hao năm k + Lợi nhuận sau thuế năm k

- Giá trị hiện tại ròng của dự án đầu tư (NPV) là kết quả so sánh giữa tổng chi phí đầu tư của dự án và thu nhập của dự án đầu tư tại một thời điểm được chọn làm gốc thời gian, theo lãi suất sử dụng tiền đầu tư r.
- Thời điểm được chọn làm gốc thời gian có thể là một thời điểm bất kỳ trong thời gian sống của dự án trên thang thời gian, tuy nhiên trong thực tế, người ta thường chọn thời điểm bắt đầu của dự án đầu tư làm gốc .
- Thời gian đầu tư (thời gian sống của dự án) được tính từ thời điểm bắt đầu dự án đầu tư cho đến thời điểm kết thúc đầu tư. Trong đó được chia thành n chu kỳ đầu tư. Đối với hoạt động đầu tư dài hạn chu kỳ đầu tư thường có thời gian là một năm.

Chọn 0 là gốc thời gian :

Ta có:
$$NPV = -CF_0 + \sum_{k=1}^{n} CF_k (1+r)^{-k}$$

trong đó :

-NPV : giá trị hiện tại ròng của đầu tư tại 0

- CF_0 : tổng chi phí đầu tư ban đầu tại 0.

- CF_k : thu nhập của đầu tư năm k

⇨ $\sum_{k=1}^{n} CF_k (1+r)^{-k}$: tổng giá trị thu nhập của đầu tư tại 0.

r : Lãi suất sử dụng tiền cho hoạt động đầu tư.

Ví dụ 5.5 : Lấy ví dụ trong phần khoản thu nhập tăng thêm, với lãi suất áp dụng là 15% /năm

Yêu cầu : Tính NPV của kế hoạch thay thiết bị mới.

Giải

Diễn giải	**Thời gian sử dụng**					
	0	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**
Nguyên giá thiết bị mới	-30 000					
Thu nhập thiết bị mới		25 000	25 000	25 000	25 000	26 000
Thanh lý thiết bị cũ	10 000					
Thu nhập thiết bị cũ		-15 000	-15 000	-15 000	-15 000	-15 000
Thu nhập tăng thêm	-20 000	10 000	10 000	10 000	10 000	11 000

Chọn thời điểm mua thiết bị mới thay thế thiết bị cũ làm gốc, ta có :

$$NPV_0 = -CF_0 + \sum_{k=1}^{n} CF_k (1+r)^{-k} = -20000 + 10000\frac{1-(1+15\%)^{-5}}{15\%} + 1000(1+15\%)^{-5}$$

$NPV_0 = 14\ 018{,}72772$

Lưu ý: Có thể lựa chọn một thời điểm bất kỳ trên thang thời gian để tính NPV

Giả sử chọn thời điểm p ($0 < p < n$) khi đó, theo phương pháp định giá vốn theo lãi kép ta có:

$$\mathbf{NPV_P = NPV_0(1+r)^p}$$

Ví dụ 5.6: Với ví dụ trên nếu lựa chọn thời điểm cuối năm thứ một là thời điểm tính NPV

Ta có :

$$NPV_1 = -20000(1+15\%) + 10000(1+15\%)\frac{1-(1+15\%)^{-5}}{15\%} + 1000(1+15\%)^{-4}$$

$NPV_1 = 16\ 121{,}53678 = NPV_0(1+r) = 14\ 018{,}72772\ (1+15\%)$

Nếu NPV > 0 thì hoạt động đầu tư có lãi ⇨ Đầu tư có hiệu quả

Nếu NPV < 0 thì hoạt động đầu tư bị lỗ ⇨ Đầu tư không hiệu quả

Nếu NPV = 0 thì thu nhập hoạt động đầu tư chỉ đủ bù đắp chi phí đầu tư

5.2.2.2. Ứng dụng NPV vào thẩm định dự án đầu tư

Khi sử dụng NPV như một tiêu chuẩn để đánh giá dự án đầu tư, chúng ta có thể gặp các trường hợp sau :

Trường hợp1: *Đối với dự án độc lập*

Khi dự án đầu tư độc lập về mặt tài chính thì việc chấp nhận hay không chấp nhận đầu tư phụ thuộc vào giá trị của NPV.

Nghĩa là :

- Nếu NPV > 0 thì chấp nhận đầu tư vào dự án

- Nếu NPV < 0 thì loại bỏ dự án

- Nếu NPV = 0 thì phụ thuộc vào mức độ cần thiết của dự án đối với nhà đầu tư mà lựa chọn hay loại bỏ dự án

Ví dụ 5.7: Doanh nghiệp Y có một dự án đầu tư thiết bị giữ lạnh sản phẩm, cần khoản vốn đầu tư ban đầu là 150 triệu đồng, có thời gian sống là năm năm. Dự án có thu nhập hàng năm lần lượt là 25 triệu, 30triệu, 35 triệu, 40 triệu và 45 triệu đồng. Doanh nghiệp có nên đầu tư vào dự án trên không? Biết rằng lãi suất ápdụng là 10% /năm.

Giải

Giả định đây là một dự án độc lập, ta có thể dựa vào tiêu thức giá trị NPV để xác định nên hay không nên đầu tư vào dự án

Chọn thời điểm đầu tư làm thời điểm tính NPV, ta có :

$NPV = - 150 + 25(1 + 10\%)^{1} + 30(1 + 10\%)^{2} + 35(1 + 10\%)^{3}$
$+ 40(1 + 10\%)^{-4} + 45(1 + 10\%)^{-5}$

$NPV = -20,92 < 0$ ⇨ Đầu tư không hiệu quả

Vậy, doanh nghiệp không nên đầu tư vào dự án.

Trường hợp 2: *Đối với dự án loại trừ*

Trên thực tế, trường hợp này phát sinh nhiều, nghĩa là nhà đầu tư nếu chấp nhận một dự án thì phải loại trừ những dự án còn lại. Khi áp dụng NPV làm tiêu chuẩn để lựa chọn thì chúng ta phải lựa chọn dự án có NPV cao nhất. Như vậy, trong số các dự án có NPV > 0 nếu dự án nào có NPV_{max} thì chấp nhận dự án đó.

Ví dụ 5.8: Một doanh nghiệp đang xem xét hai dự án mua tài sản cố định

- Dự án một: Mua thiết bị X, giá 100 triệu, thời gian sử dụng dự kiến là năm năm, việc sử dụng thiết bị này làm tăng thu nhập đầu tư mỗi năm là 40 triệu đồng bắt đầu tính từ năm thứ nhất

- Dự án hai : Mua thiết bị Y tính năng tương tự, tuy nhiên giá 75 triệu và thời gian sử dụng dự kiến là bốn năm, thu nhập đầu tư tăng 45 triệu /năm

Hãy xác định doanh nghiệp sẽ lựa chọn dự án nào ? Nếu lãi suất áp dụng là 18% /năm.

Giải

Xác định NPV :

- Dự án một:

$$NPV_1 = -100 + 40\frac{1-(1+18\%)^{-5}}{0{,}18} = 25{,}086841$$

- Dự án hai :

$$NPV_2 = -75 + 45\frac{1-(1+18\%)^{-4}}{0{,}18} = 46{,}052781$$

Ta nhận thấy : $NPV_1 < NPV_2$

Vì vậy, doanh nghiệp sẽ lựa chọn phương án hai để đầu tư.

Trường hợp 3: *Thời gian xây dựng cơ bản thực hiện qua nhiều chu kỳ*

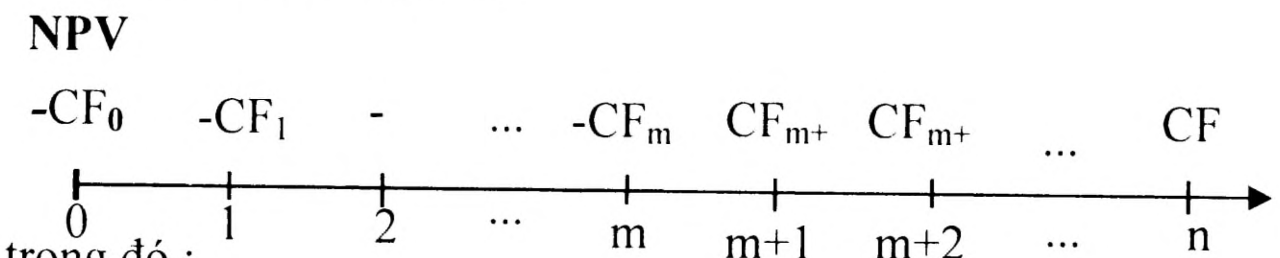
Trong trường hợp thời gian xây dựng cơ bản kéo dài nhiều chu kỳ, hay nói cách khác, tiền chi cho đầu tư được thực hiện qua nhiều chu kỳ.

Ví dụ : Những dự án đầu tư cơ sở hạ tầng, xây dựng lớn cần thời gian xây dựng cơ bản là vài năm ... thì tổng chi phí cho đầu tư tại một thời điểm (được lựa chọn làm thời điểm gốc) được xác định là tổng trị giá của các chi phí đầu tư tại các thời điểm khác trong thời gian xây dựng cơ bản tính về thời điểm gốc.

Sơ đồ và công thức áp dụng

Xét một kế hoạch đầu tư gồm hai thời gian: Thời gian xây dựng cơ bản và thời gian sản xuất kinh doanh.

Sơ đồ biểu diễn như sau :



trong đó :

thời gian xây dựng cơ bản : chi phí mỗi kỳ là CF_k với k = 1; 2; 3...m

Thời gian sản xuất kinh doanh : Thu nhập mỗi kỳ là CF_k với k = m + 1; m + 2…n

Với : r là lãi suất sử dụng vốn.

Chọn 0 là thời điểm gốc :

Ta có: $$NPV = -\sum_{k=1}^{m} CF_k(1+r)^{-k} + \sum_{k=m+1}^{n} CF_k(1+r)^{-k}$$

Tổng chi phí trong giai đoạn xây dựng cơ bản tính tại thời điểm gốc :

$$CF_0 = \sum_{k=1}^{m} CF_k(1+r)^{-k}$$

⇨ Công thức tính NPV trên có thể được viết như sau :

$$NPV = -CF_0 + \sum_{k=1}^{n} CF_k(1+r)^{-k}$$

5.2.3. Lợi suất của đầu tư (Internal Rate of Return -IRR)

5.2.3.1. Công thức tính IRR

Lợi suất đầu tư hay tỷ suất sinh lời của đầu tư là trị số của lãi suất mà khi xác định NPV theo lãi suất đó thì NPV = 0.

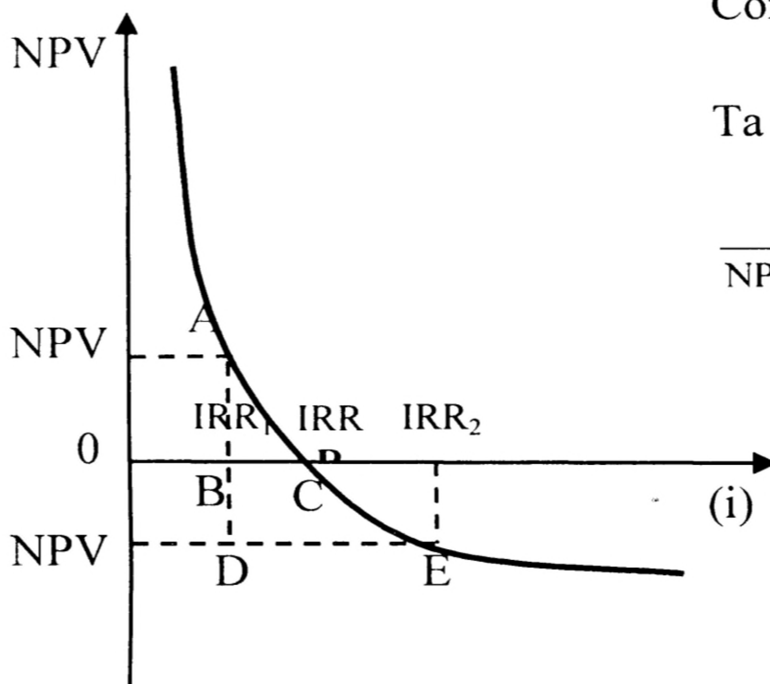
Ta có: $$NPV = -CF_0 + \sum_{k=1}^{n} CF_k(1+IRR)^{-k} = 0 \quad (\blacklozenge)$$

$$\Leftrightarrow \quad CF_0 = \sum_{k=1}^{n} CF_k(1+IRR)^{-k}$$

Sử dụng phương pháp nội suy để tính IRR

Trên thực tế, ta có thể tính IRR bằng cách sử dụng máy tính chuyên dùng cho tài chính hay bảng tính Excel. Ở đây chúng ta sử dụng phương pháp nội suy để tính IRR.

(♦) là dạng hàm số mũ nghịch biến với NPV(IRR) = 0, được biểu diễn trên đồ thị như sau



Công thức nội suy :

Ta có : $\dfrac{AB}{AD} = \dfrac{BC}{DE}$

$$\frac{NPV_1}{NPV_1 + |NPV_2|} = \frac{IRR - IRR_1}{IRR_2 - IRR_1}$$

⇨ $$IRR = IRR_1 + (IRR_2 - IRR_1)\frac{NPV_1}{NPV_1 + |NPV_2|}$$

Mà điều kiện để có kết quả chính xác là : $(IRR_2 - IRR_1) \leq 1\%$

IRR_1	IRR	IRR_2
$NPV_1 > 0$	NPV (IRR)=0	$NPV_2 < 0$

Nếu $(IRR_2 - IRR_1) = 1\%$ ⇨

$$IRR = IRR_1 + 1\%.\frac{NPV_1}{NPV_1 + |NPV_2|}$$

Với r là lãi suất sử dụng vốn

Nếu IRR > r thì hoạt động đầu tư có lãi ⇨ Đầu tư có hiệu quả

Nếu IRR < r thì hoạt động đầu tư bị lỗ ⇨ Đầu tư không hiệu quả

Nếu IRR = r thì hhu nhập hoạt động đầu tư chỉ đủ bù đắp chi phí đầu tư

5.2.3.2. Ứng dụng IRR vào thẩm định dự án đầu tư

Khi sử dụng IRR như một tiêu chuẩn để đánh giá dự án đầu tư, chúng ta có thể gặp các trường hợp sau :

5.2.3.2.1. Dự án có dòng thu nhập phát sinh cố định(Dòng lưu kim thuần nhất)

Đối với dự án độc lập

Khi dự án đầu tư độc lập về mặt tài chính thì việc chấp nhận hay không chấp nhận đầu tư phụ thuộc vào trị giá của IRR so với lãi suất sử dụng vốn .

Nghĩa là :

Nếu IRR > r thì chấp nhận đầu tư vào dự án

Nếu IRR < r thì loại bỏ dự án

Nếu IRR = r thì phụ thuộc vào mức độ cần thiết của dự án đối với nhà đầu tư mà lựa chọn hay loại bỏ dự án

Ví dụ 5.9: Doanh nghiệp Y có một dự án đầu tài sản, cần khoản vốn đầu tư ban đầu là 150 triệu đồng, có thời gian sống là năm năm. Dự án có thu nhập hàng năm là 40 triệu đồng. Doanh nghiệp có nên đầu tư vào dự án trên không? Biết rằng lãi suất sử dụng vốn là 10% /năm.

Giải

Chọn thời điểm đầu tư làm thời điểm tính NPV, ta có :

$$NPV = -150 + 40\frac{1-(1+10\%)^{-5}}{10\%} = 1,63147 > 0$$

Tính lợi suất đầu tư IRR : $CF_0 = \sum_{k=1}^{n} CF_k(1+IRR)^{-k}$

$$\Leftrightarrow \quad 150 = 40\frac{1-(1+IRR)^{-5}}{IRR}$$

$$\Leftrightarrow \quad \frac{1-(1+IRR)^{-5}}{IRR} = 3,75$$

Tra bảng tài chính số 4 dòng 5, ta có :

$$IRR_1 = 10\% < IRR < IRR_2 = 10,5\%$$

$$\Leftrightarrow \ NPV_1 = 1,63147 > NPV = 0 > NPV_2 = -\,0,28567$$

Áp dụng công thức nội suy :

$$IRR = IRR_1 + (IRR_2 - IRR_1)\frac{NPV_1}{NPV_1 + |NPV_2|}$$

$$\Leftrightarrow \quad IRR = 10\% + (10,5\% - 10\%)\frac{1,63147}{1,63147 + 0,28567} = 10,425\% > 10\%$$

Vậy, dự án có NPV = 1,63147 > 0 và IRR = 10,425% > r = 10%
⇨ doanh nghiệp nên đầu tư vào dự án.

Đối với dự án loại trừ

Khi áp dụng IRR là một trong những tiêu chuẩn để lựa chọn dự án thì dự án nào trong số các dự án có IRR > r mà IRR cao nhất thì chấp nhận dự án đó.

Ví dụ 5.10: Một doanh nhân đang xem xét hai dự án đầu tư:

Dự án A: Đầu tư vào thương phiếu công ty A với vốn đầu tư ban đầu là 500 triệu đồng, thời hạn năm năm, việc đầu tư này tạo ra thu nhập đầu tư mỗi năm là 180 triệu đồng .

Dự án B: Đầu tư vào thương phiếu công ty B với vốn đầu tư ban đầu là 450 triệu, thời hạn bốn năm, thu nhập đầu tư dự kiến là 150 triệu /năm

Doanh nhân sẽ lựa chọn dự án nào ? Nếu lãi suất sử dụng vốn là 18% /năm.

Giải

Xác định NPV và IRR của các dự án:

Dự án A:

$$NPV_A = -500 + 180.\frac{1-(1+18\%)^{-5}}{0,18} = 62,891$$

$$\frac{1-(1+IRR_A)^{-5}}{IRR_A} = 2,77778 = S_A$$

Sử dụng phương pháp nội suy, ta có :

$IRR_1 = 23\% < IRR_A < IRR_2 = 24\%$

⇔ $S_1 = 2,74538 > S_A = 0 > S_2 = 2,80347$

⇨

$$IRR_A = 23\% + 1\%.\frac{2,77778 - 2,74538}{2,80347 - 2,74538} \approx 23,56\% > 18\%$$

Dự án B :

$$NPV_B = -450 + 180\frac{1-(1+18\%)^{-4}}{0,18} = 34,211$$

$$\frac{1-(1+IRR_B)^{-4}}{IRR_B} = 2,5 = S_B$$

Sử dụng phương pháp nội suy, ta có :

$IRR_1 = 21\% < IRR_B < IRR_2 = 22\%$

⇔ $S_1 = 2,54044 > S_B = 0 > S_2 = 2,49364$

⇨

$$IRR_B = 22\% + 1\%.\frac{2,5 - 2,49364}{2,54044 - 2,49364} \approx 22,14\% > 18\%$$

Ta nhận thấy : $NPV_A > NPV_B$ và $IRR_A > IRR_B$

Vì vậy, doanh nghiệp sẽ lựa chọn phương án một để đầu tư.

5.2.3.2.2. Dự án có dòng thu nhập phát sinh không đều

Ví dụ 5.11: Một dự án đầu tư với vốn đầu tư ban đầu là 100 triệu đồng, có thời gian sống là bốn năm. Với thu nhập dự kiến hàng năm lần lượt là 35 triệu; 50 triệu; 45 triệu và 36 triệu đồng. Tính lợi suất đầu tư của dự án.

Giải

Áp dụng công thức : $CF_0 = \sum_{k=1}^{n} CF_k (1 + IRR)^{-k}$

$$100 = \underbrace{35(1+IRR)^{-1} + 50(1+IRR)^{-2} + 45(1+IRR)^{-3} + 36(1+IRR)^{-4}}_{Y(IRR)}$$

Trường hợp này chúng ta sử dụng phương pháp thử các nghiệm ;
Chọn ngẫu nhiên : IRR = 20%

⇨ $Y(20\%) = 35(1+0,2)^{-1}+50(1+0,2)^{-2}+45(1+0,2)^{-3}+36(1+0,2)^{-4}$ =107,292 > 100

Thử tương tự với IRR=21%; 22% ...

Ta thấy :

Với : $IRR_1 = 23\%$ ⇨ Y(23%) = 101,41498 > 100

Với : $IRR_2 = 24\%$ ⇨ Y(24%) = 99,57299 < 100

⇨ $IRR_1 = 23\% < IRR < IRR_2 = 24\%$

⇔ $Y_1 = 101,41498 > NPV = 0 > Y_2 = 99,57299$

Áp dụng công thức nội suy :

$$IRR = 23\% + 1\%.\frac{100 - 99,57299}{101,41498 - 99,57299} \approx 23,23\%$$

Vậy, dự án có IRR = 23,23%

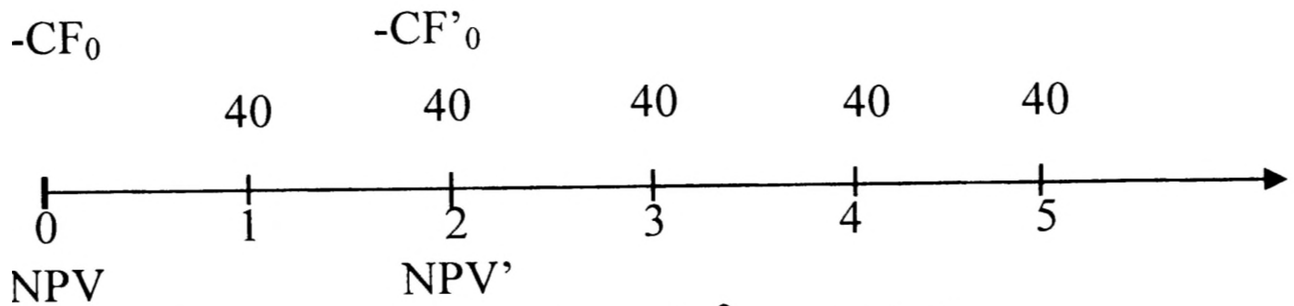
Lưu ý: Trị số IRR tại thời điểm 0 cũng sẽ là trị số IRR tại bất kỳ một thời điểm nào khác trên thang thời gian đầu tư.

Ví dụ : Với ví dụ trong phần tính NPV đối với dự án độc lập

Nếu chọn thời điểm bắt đầu tư là thời điểm gốc, ta có :

NPV = 1,63147 và IRR = 10,425%

Nếu chọn thời điểm sau thời điểm đầu tư hai năm là thời điểm gốc, ta có :



$$NPV' = 1{,}63147(1+10\%)^2 = 1{,}97408$$

Lúc này : $CF'_0 = 150(1+IRR)^2 = 40.\sum_{k=1}^{5}(1+IRR)^{-k+2}$

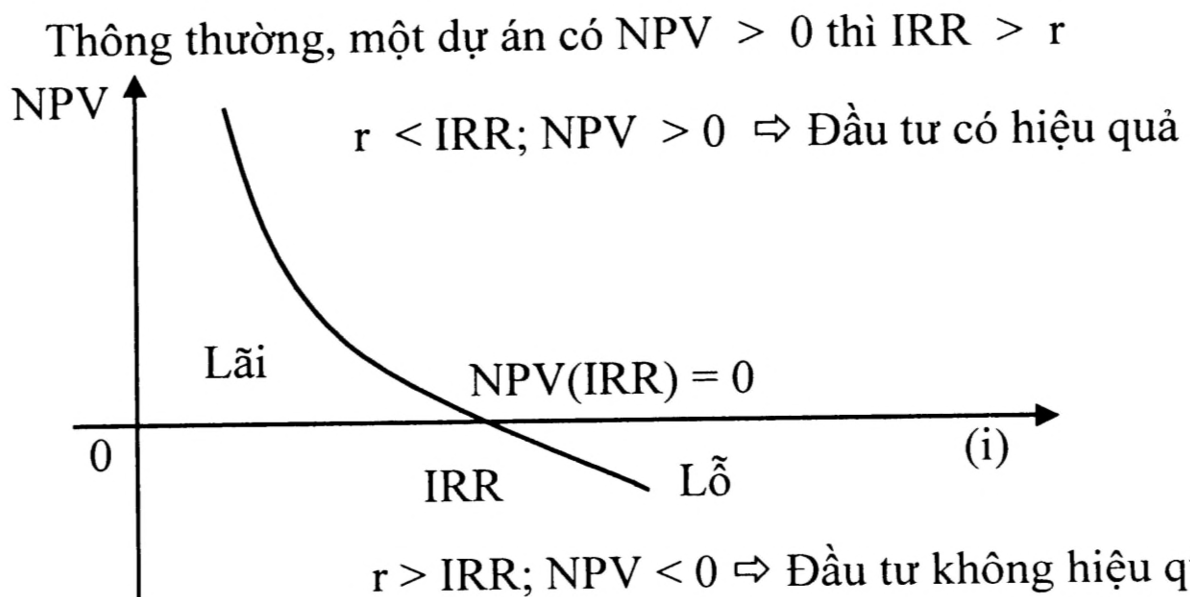
Nhân hai vế với $(1+IRR)^{-2}$: $40.\dfrac{1-(1+IRR)^{-k}}{IRR} = 150$

Ta có : $IRR = 10{,}425\%$

Nhận xét :

NPV và IRR là những chỉ tiêu quan trọng trong đánh giá hoạt động đầu tư

Thông thường, một dự án có NPV > 0 thì IRR > r



Trong thực tế có thể có những dự án loại trừ nhau dẫn đến sự xung đột giữa NPV và IRR, đối với trường hợp này người ta phải xem xét các chỉ tiêu khác để quyết định.

5.2.4. Chỉ số lợi nhuận của đầu tư (Profitability Index - PI)

5.2.4.1. Khái niệm – Công thức tính

Chỉ số lợi nhuận đầu tư (PI) là tỷ lệ giữa tổng hiện giá các khoản thu nhập của dự án và chi phí đầu tư ban đầu của dự án.

Công thức tính :

Theo định nghĩa về PI, ta có : $PI = \dfrac{\sum_{k=1}^{n} CF_k (1+r)^{-k}}{CF_0}$

Mà :

$$NPV = -CF_0 + \sum_{k=1}^{n} CF_k (1+r)^{-k}$$

⇨

$$PI = \frac{NPV + CF_0}{CF_0}$$

Nếu PI > 1 thì hoạt động đầu tư có lãi ⇨ Đầu tư có hiệu quả
Nếu PI < r thì hoạt động đầu tư bị lỗ ⇨ Đầu tư không hiệu quả
Nếu PI = r thì thu nhập hoạt động đầu tư chỉ đủ bù đắp chi phí đầu tư

5.2.4.1.2. Đối với dự án độc lập

Từ công thức tính PI ta thấy, khi NPV > 0 thì PI > 1

- Nếu PI > 1 thì chấp nhận dự án
- Nếu PI < r thì loại bỏ dự án
- Nếu PI = r thì tùy theo mục tiêu và mức độ tác động của dự án đối với doanh nghiệp mà chấp nhận hay loại bỏ

Ví dụ 5.12: Sử dụng ví dụ của phần tính NPV đối với dự án độc lập

Ta có : $NPV = 1{,}63147$

Và : $$PI = \frac{1{,}63147 + 40}{40} = 1{,}04 > 1$$

5.2.4.1.3. Đối với dự án loại trừ

Khi lựa chọn một trong số nhiều dự án dựa vào chỉ tiêu PI thì theo nguyên tắc, dự án nào có PI > 1 và PI_{max} thì sẽ được chọn.

Tuy nhiên, do chỉ số PI bỏ qua sự khác biệt về quy mô của các

dự án nên nếu xảy ra trường hợp xung đột giữa các dự án do các chỉ tiêu PI và NPV thì dự án nào có NPV cao hơn sẽ được chọn.

Ví dụ 5.13: Công ty CP đang xem xét hai dự án đầu tư :

(đơn vị tính : triệu đồng)

Chỉ tiêu	Dự án một	Dự án hai
Chi phí đầu tư	2 000	1 000
Thu nhập năm một	7 000	1 500
Thu nhập năm hai	1 000	4 000
Lãi suất sử dụng vốn	12% /năm	12% /năm

Công ty sẽ quyết định đầu tư vào dự án nào ?

Giải

Ta có :

Dự án	Chi phí	Hiện giá thu nhập	NPV	PI
1	- 2 000	$7\,000(1+12\%)^{-1} + 1\,000(1+12\%)^{-2}$	5 047,1939	3,524
2	- 1 000	$1\,500(1+12\%)^{-1} + 4\,000(1+12\%)^{-2}$	3 528,0612	4,528

$NPV_1 > NPV_2$ nhưng $PI_1 < PI_2$ ⇨ Xung đột chỉ tiêu.

Để so sánh một với hai, người ta dựa vào thu nhập tăng thêm, hay NPV để quyết định.

Trường hợp này, công ty chọn dự án một vì có NPV lớn hơn.

Nếu dự án bị hạn chế về vốn đầu tư.

Giả định rằng nhà đầu tư bị hạn chế về số vốn đầu tư ban đầu nên không đủ vốn để tài trợ cho tất cả các dự án có hiệu quả, trong trường hợp này ta xem xét.

Ví dụ 5.14: Với ví dụ trên, nhưng giả định rằng công ty có thêm dự án đầu tư thứ bavà dự án này độc lập với hai dự án trên.

Chi phí đầu tư ban đầu cho dự án ba là 1000; thu nhập của dự án ba lần lượt là 500 và 6 000 triệu đồng.

Bên cạnh đó, vốn đầu tư của công ty cho các dự án tối đa không quá 2 000 triệu đồng.

Vậy, công ty sẽ lựa chọn đầu tư những dự án nào?

Giải

Ta có :

$NPV_3 = -1\ 000 + 500\ (1+12\%)^{-1} + 6\ 000(1+12\%)^{-2} = 4\ 229{,}5918$

$$PI_3 = \frac{4229{,}5918 + 1000}{1000} = 5{,}2296$$

Nếu nguồn vốn đầu tư bị hạn chế ≤ 2 000 triệu đồng

⇨ Chỉ có thể đầu tư :
- Hoặc dự án một
- Hoặc dự án hai
- Hoặc dự án ba
- Hoặc dự án hai và ba

Trong trường hợp này, chúng ta thấy :

$NPV_2 + NPV_3 = 3528{,}0612 + 4.229{,}5918 = 7757{,}653 > NPV_1 > NPV_2 > NPV_3$

Nên, công ty sẽ đầu tư vào hai dự án ; hai và ba.

5.2.5. Thời gian hoàn vốn (Discounted Payback Period-DPP)

Thời gian hoàn vốn là thời gian cần thiết để thu hồi đủ vốn đầu tư ban đầu, hay nói cách khác, là thời gian để tổng hiện giá của thu nhập đầu tư bằng chi phí đầu tư.

- *Nếu không tính đến yếu tố lãi suất*

Trong thực tế người ta thường tính thời gian hoàn vốn đầu tư không tính đến yếu tố lãi suất.

Nghĩa là :

$$CF_0 = \sum_{k=1}^{p} CF_k$$

⇨Từ phương trình này ta tính ra p

Với : p là thời gian thu hồi vốn đầu tư

Trong trường hợp dòng thu nhập cố định : $CF_k = CF$

$$CF_0 = \sum_{k=1}^{p} CF_k \rightarrow CF_0 = p.CF_k$$

⇨ $$p = \frac{CF_0}{CF}$$

Ví dụ 5.15: Dự án đầu tư M cần vốn đầu tư ban đầu là 100 triệu, thu nhập dự kiến từ dự án mỗi năm là 40 triệu . Tính thời gian hoàn vốn đầu tư. Giả sử không tính đến yếu tố lãi suất.

Giải

Áp dụng công thức : $$p = \frac{CF_0}{CF}$$

Ta có : $$p = \frac{100}{40} = 2,5$$

Thời gian hoàn vốn đầu tư của dự án là 2,5 năm.

- Nếu tính đến yếu tố lãi suất

Nghĩa là : $CF_0 = \sum_{k=1}^{p} CF_k (1+r)^{-k}$ ⇨Từ phương trình này ta tính ra p

Trong trường hợp dòng thu nhập cố định : $CF_k = CF$

Ta có : $$CF_0 = CF.\frac{1-(1+r)^{-p}}{r}$$

⇨ $$p = -\frac{\log\left(1 - \frac{CF_0.r}{CF}\right)}{\log(1+r)}$$

*Ví dụ 5.16 :*Dự án đầu tư M cần vốn đầu tư ban đầu là 100 triệu, thu nhập dự kiến từ dự án mỗi năm là 40 triệu . Tính thời gian hoàn vốn đầu tư nếu lãi suất áp dụng là 12% /năm.

Giải

Áp dụng công thức : $$p = -\frac{\log\left(1 - \frac{CF_0.r}{CF}\right)}{\log(1+r)}$$

Ta có : $$p = -\frac{\log\left(1 - \frac{100.12\%}{40}\right)}{\log(1+12\%)} = 3{,}147$$

Vậy thời gian hoàn vốn đầu tư của dự án là ba năm một tháng hai mươi ba ngày.

Sử dụng chỉ tiêu thời gian thu hồi vốn để đánh giá hiệu quả của đầu tư

- Trường hợp nhà đầu tư xác định trước thời gian định mức thu hồi vốn đầu tư, ví dụ là **α** năm

- Trường hợp vốn đầu tư là vốn vay thì thời gian thu hồi vốn có thể là thời gian khoản nợ vay đáo hạn.

- p ≤ α : Chấp nhận dự án

- p > α : Loại bỏ dự án

Chỉ tiêu thời gian hoàn vốn không đánh giá một cách đúng đắn hiệu quả kinh tế của đầu tư dài hạn, tuy nhiên nó là một tiêu chuẩn quan trọng để thẩm định dự án đầu tư.

Nếu dự án có đủ các tiêu chuẩn để đầu tư nếu xét về tính kinh tế, nhưng thời gian hoàn vốn không thích ứng với thời hạn nợ vay thì cũng không thể đầu tư.

Ví dụ 5.17: Với ví dụ trên, nếu dự án đầu tư sáu năm, vốn đầu tư vào dự án là vốn vay ngân hàng, thời gian đáo hạn của vốn vay là hai năm.

Ta có :

$NPV = 64,45629 > 0$

$IRR = 31,33\% > 12\%$

$p = 2,5$ năm > 2 năm

Trong trường hợp này, dự án không thể đầu tư.

5.3. TÍNH HIỆU QUẢ ĐẦU TƯ TRONG ĐIỀU KIỆN RỦI RO

5.3.1. Khái niệm

Trong thực tế, hoạt động đầu tư gặp rất nhiều rủi ro, có nhiều khái niệm về rủi ro nhưng thông thường người ta coi rủi ro là khả năng xuất hiện khả năng thiệt hại tài chính. Những dự án có khả năng xuất hiện các khoản thiệt hại lớn thì có rủi ro lớn hơn các dự án có khả năng xuất hiện các khoản thiệt hại thấp hơn.

Đối với toán tài chính, việc tính toán có thể cho chúng ta thấy cả trường hợp tăng khả năng đạt lợi nhuận cao hoặc trường hợp dẫn đến những thất bại trong đầu tư. Vậy, vấn đề là làm thế nào đo lường được độ rủi ro, để dựa vào đó đưa ra các phương thức thích hợp để tính hiệu quả đầu tư.

5.3.2. Rủi ro trong hoạt động đầu tư

Thường người ta sử dụng phương pháp xác suất thống kê để đo lường và tính toán độ rủi ro.

Xác suất xảy ra thu nhập đầu tư $\left(\overline{R_k}\right)$

Giả sử, phân phối thu nhập của đầu tư trong một năm với xác suất như sau :

Thu nhập đầu tư (R_k)	R_1	R_2	R_3	...	R_{m-1}	R_m
Xác suất xảy ra (r_k)	r_1	r_2	r_3	...	r_{m-1}	r_m

trong đó :

R_k : thu nhập đầu tư năm thứ k

r_k : xác suất phân phối thu nhập có thể xảy ra

$$\Rightarrow \quad \sum_{k=1}^{m} r_k = 1$$

Kỳ vọng của thu nhập phân phối được đo lường theo xác suất thu

nhập, nên người ta còn gọi là : giá trị trung bình theo xác suất.
Ta có công thức:

$$\overline{R}_k = \sum_{k-1}^{n} R_k . r_k$$

Ví dụ 5.18 : Dự án đầu tư có số liệu dự tính sau

Thu nhập ròng	5 tỷ	10 tỷ	12 tỷ
Xác suất xảy ra	20%	50%	30%

Ta có Thu nhập bình quân theo xác suất :

$$\overline{R_k} = 5.20\% + 10.50\% + 12.30\% = 9,6$$

Độ lệch tiêu chuẩn (Mức rủi ro)

Mức rủi ro được đo lường thông qua độ lệch chuẩn của phân phối thu nhập theo xác suất.
Ta có công thức:

$$\sigma = \sqrt{\sum_{k=1}^{n} (R_k - \overline{R_k})^2 . r_k}$$

Ví dụ 5.19: Với ví dụ trên, nếu vốn đầu tư của dự án là 15 tỷ và thời gian đầu tư là ba năm. Tính độ rủi ro của dự án.

Giải

Khấu hao vốn đầu tư mỗi năm : 15 tỷ : 3 = 5 tỷ
Thu nhập của dự án mỗi năm là : 10 tỷ, 1 5tỷ và 17 tỷ
Thu nhập đầu tư bình quân của dự án : $\overline{R_k} + 5 = 9,6 + 5 = 14,6$
Mức rủi ro của dự án :

$$\sigma = \sqrt{(10 - 14,2)^2 .20\% + (15 - 14,6)^2 .50\% + (17 - 14,6)^2 .30\%}$$
=2,4576

- Hệ số rủi ro (H_S)

Trong trường hợp, các dự án đầu tư loại trừ nhau nhưng có mức rủi ro (δ) như nhau hoặc những dự án đầu tư độc lập không so

sánh được nếu chỉ dựa trên mức rủi ro. Như vậy, nếu sử dụng chỉ tiêu mức rủi ro sẽ không giúp nhà đầu tư có được quyết định đúng đắn. Vì thế, người ta sử dụng hệ số rủi ro (H_S) để đánh giá. Ta có công thức :

$$\Rightarrow \quad H_S = \frac{\sigma}{CF_0}$$

Nhận xét : Xét mối tương quan giữa H_S, δ và CF_0, ta thấy

- H_S càng cao thì độ rủi ro càng tăng.
- H_S càng thấp thì độ rủi ro càng ít.

Ví dụ 5.20: So sánh hiệu quả của hai dự án đầu tư sau nếu lãi suất áp dụng là 10% /năm

Dự án A : vốn đầu tư của dự án là 15 tỷ và thời gian đầu tư là ba năm

Thu nhập ròng	5 tỷ	10 tỷ	12 tỷ
Xác suất xảy ra	20%	50%	30%

Dự án B : vốn đầu tư của dự án là 25 tỷ và thời gian đầu tư là 5 năm

Thu nhập ròng	0 tỷ	9 tỷ	10 tỷ	11 tỷ	12 tỷ
Xác suất xảy ra	10%	25%	30%	20%	15%

Giải

Ta có :

Mức rủi ro của dự án :

$$\sigma_A = \sqrt{(10-14,6)^2 .20\% + (15-14,6)^2 .50\% + (17-14,6)^2 .30\%}$$

$= 2,4576$

$$\sigma_B = \sqrt{(5-14,25)^2 10\% + (14-14,25)^2 25\% + (15-14,25)^2 30\% + (16-14,25)^2 20\% + (17-14,25)^2 15\%}$$

$\sigma_B = 3,2384$

Vậy: $\sigma_B > \sigma_A$

Nếu dựa vào mức độ rủi ro của dự án, người ta có thể lựa chọn dự án A vì cho rằng dự án A ít rủi ro hơn dự án B. Tuy nhiên, hai dự án này có vốn đầu tư và thời gian đầu tư khác nhau nên không thể chỉ dựa vào mức rủi ro để so sánh

Ta có hệ số rủi ro của hai dự án như sau :

$$H_{S_A} = \frac{\sigma_A}{CF_{0A}} = \frac{2,4567}{15} = 0,16378$$

$$H_{S_B} = \frac{\sigma_B}{CF_{0B}} = \frac{3,2384}{255} = 0,129536$$

Vậy : $H_{S_B} < H_{S_A}$

Bên cạnh đó, NPV của hai dự án được xác định :

$$NPV_A = -15 + 14,6\frac{1-(1+10\%)^{-3}}{10\%} = 21,308039$$

$$NPV_B = -25 + 14,25\frac{1-(1+10\%)^{-5}}{10\%} = 29,018711$$

Mặc dù dự án A có mức rủi ro thấp hơn dự án B nhưng người ta vẫn quyết định lựa chọn dự án B vì $NPV_B > NPV_A$ và $H_{S_B} < H_{S_A}$.

5.3.3. Tính toán hiệu quả đầu tư trong điều kiện rủi ro

Khi tính toán hiệu quả của dự án đầu tư thì các chỉ tiêu như : NPV, IRR, PI và DPP vẫn là các tiêu chuẩn để đánh giá tính hiệu quả. Tuy nhiên, như chúng ta đã nói ở trên, trong thực tế thì hoạt động đầu tư luôn mang tính rủi ro nên khi ta tính toán hiệu quả dự án phải điều chỉnh các chỉ tiêu NPV, IRR, PI và DPP dựa trên mức độ rủi ro theo nguyên tắc sau

- Dự án đầu tư nào có mức rủi ro cao thì lãi suất đầu tư phải cao.
- Dự án đầu tư có mức rủi ro thấp thì lãi suất đầu tư có thể thấp hơn.
- Hoặc dự án đầu tư nào rủi ro cao thì phải điều chỉnh dòng thu nhập theo hệ số (0 < h < 1).

BÀI TẬP CHƯƠNG V

Bài 132

Một dự án đầu tư đòi hỏi một số vốn 550 triệu đồng các thu nhập của đầu tư dự trù vào khoảng 150 triệu mỗi năm liên tiếp trong mười năm bắt đầu từ cuối năm thứ nhất. Theo lãi suất sử dụng tiền là 26% /năm cho biết dự án này có lợi không.

Bài 133

Một xí nghiệp đầu tư cho một loạt trang thiết bị vào đầu năm một số tiền là 250 triệu đồng và hy vọng thu được các khoản thu nhập của đầu tư hàng năm trong năm năm theo thứ tự sau:
50 triệu đồng, 70 triệu đồng, 100 triệu đồng, 100 triệu đồng và 80 triệu đồng. Việc sản xuất sẽ được bãi bỏ trong thời gian này và trị giá phế thải của trang thiết bị được dự trù là 40 triệu đồng một năm sau đó. Xác định lợi suất của đầu tư.

Bài 134

Một doanh nghiệp dự tính bỏ vốn vào một hoạt động đầu tư như sau :

- Đầu năm thứ nhất : Chi phí 2 000 triệu đồng
- Đầu năm thứ hai : Chi phí 2 500 triệu đồng
- Đầu năm thứ ba : Chi phí 1 800 triệu đồng

Dự án bắt đầu đi vào hoạt động từ năm thứ tư, thu nhập của hoạt động đầu tư mỗi năm là 1 500 triệu đồng liên tiếp trong mười năm.

Nếu giá trị thanh lý của dự án không đáng kể. Hãy xác định lợi suất đầu tư?

Bài 135

Bà N mua một căn nhà giá 600 triệu đồng, sửa chữa ngay hết 80 triệu và sau đó cho thuê nhà với các điều khoản sau :

- Thời hạn cho thuê sáu năm
- Cuối mỗi năm người thuê nhà phải thanh toán 100 triệu

(đồng Thuế suất thuế thu nhập là 20% trên thu nhập của bên cho thuê)

Nếu giá trị gốc của căn nhà trên tăng 5% mỗi năm. Hãy xác định lợi suất đầu tư của bà N.

Bài 136

Để mở rộng hoạt động công ty A nghiên cứu dự án đầu tư như sau:

- Thi công trong thời gian ba năm với tổng chi phí tính vào cuối năm thứ nhất là 100 triệu đồng, cuối năm thứ hai là 200 triệu đồng và cuối năm thứ ba là 250 triệu đồng.
- Hoạt động kinh doanh trong vòng mười năm và nhờ vào hệ thống này thu nhập của đầu tư mỗi năm là 180 triệu đồng, kỳ thu đầu tiên là một năm sau hoạt động.

Yêu cầu:

a. Nếu lãi suất hiện hóa 26% dự án có lợi không. Trị giá phế thải được xem như không đáng kể.

b. Tính lợi suất của đầu tư

Bài 137

Một giàn máy 400 triệu đồng dự trù dùng được tám năm tạo ra lợi suất đã định là 27% /năm, thuế suất thuế thu nhập là 40%.

a. Tính thu nhập của đầu tư mỗi năm.

b. Tính số lãi trước thuế thu nhập.

Bài 138

Một doanh nghiệp nghiên cứu xây dựng nhà máy mới.

Dự án A: Chi phí đầu tư ban đầu 500 triệu đồng, chi phí cố định hàng năm 150 triệu đồng, chi phí biến đổi trung bình cho mỗi đơn vị sản phẩm sản xuất là 1 200 đồng. Khả năng sản xuất tối đa là 320 000 sản phẩm.

Dự án B: Chi phí đầu tư ban đầu là 650 triệu đồng, chi phí cố định hàng năm là 215 triệu đồng, chi phí biến đổi trung bình cho mỗi đơn vị sản phẩm sản xuất là 1 000 đồng. Khả năng sản xuất tối đa là 440 000 sản phẩm.

Thời hạn khấu hao tiền đầu tư ban đầu là mười năm cho cả hai dự án. Mức thiêu thụ tối thiểu là 200 000 sản phẩm.

Yêu cầu:

1.Tính giá thành sản phẩm đơn vị của hai dự án với sản lượng sản xuất cách nhau 40 000 sản phẩm. Và bắt đầu từ 200 000 sản phẩm.

2. Tính thu nhập của đầu tư cho mỗi dự án với sản lượng tiêu thụ 260 000 sản phẩm. Giá bán 2 500 đồng/sản phẩm. Thuế suất thuế thu nhập là 50%.

3. Xác định lợi suất của đầu tư.

Bài 139

Một công ty nghiên cứu mua loại thiết bị mở rộng một nhà máy.

Thiết bị A giá 150 triệu đồng sử dụng trong tám năm và việc sử dụng làm tăng năng suất và thu nhập của đầu tư tăng hơn ở mỗi năm là 50 triệu đồng bắt đầu tính từ năm thứ nhất.

Thiết bị B giá 75 triệu đồng hoạt động bốn năm và làm thu nhập của đầu tư tăng hơn mỗi năm là 35 triệu đồng.

Hỏi thiết bị nào có lợi hơn.

Bài 140

Cho hai dự án đầu tư với sự phân phối lãi ròng của một năm như sau

Dự án A :

Lãi ròng	5	8	10	11	12
Xác suất	5%	20%	50%	20%	5%

Dự án B :

Lãi ròng	0	5	10	15	20
Xác suất	5%	20%	50%	20%	5%

Cho biết vốn đầu tư của mỗi dự án là 25 triệu đồng và thời gian sản xuất kinh doanh của mỗi dự án là năm năm.

Yêu cầu :

a. Xác định độ rủi ro của mỗi dự án

b. Phương án đầu tư có hiệu quả không nếu lãi suất áp dụng là 24% cho dự án có độ rủi ro thấp và 28% cho dự án có độ rủi ro cao.

c. Xác định IRR của hai dự án đầu tư

Bài 141

Có một dự án đầu tư như sau (đơn vị tính : triệu đồng)

- Thời gian xây dựng là bốn năm với chi phí đầu tư tính vào

Cuối năm thứ nhất là 1000
Cuối năm thứ hai là 2 000
Cuối năm thứ ba là 3 000
Cuối năm thứ bốn là 4 000

- Thời gian hoạt động kinh doanh là năm mươi năm năm với thu nhập hàng năm

mươi năm đầu là 2 000
mươi năm kế tiếp là 2 500
mươi năm tiếp theo là 4 000
mươi năm sau đó là 3 500
mươi năm sau cùng là 1 500

Yêu cầu :

a. Nếu $r \in [10\%;40\%]$. Hãy xác định NPV tại gốc thời gian 0.

b. Tính IRR.

c. Dự án này có thể đầu tư được không? Giải thích bằng đồ thị theo r.

Bài 142

Có dự án đầu tư với :

- Chi phí đầu tư ban đầu là 100 tỷ đồng
- Khai thác trong thời gian năm mươi năm
- Thu nhập đầu tư hàng năm là :

mười năm đầu là : PMT
mười năm kế tiếp là : PMT + d
mười năm tiếp theo là : PMT + 2d
mười năm sau đó là : PMT + 3d
mười năm sau cùng là : PMT + 4d

Lãi suất áp dụng :

12% /năm cho hai mươi năm đầu
16% /năm cho hai mươi năm tiếp theo
18% /năm cho mười năm cuối cùng.

Yêu cầu :

a. Cho d = 10 tỷ đồng. Hãy tính a để NPV=150 tỷ đồng

b. Với a tính được ở câu trên, tính IRR của dự án.

Bài 143

Có 2 dự án đầu tư với số vốn đầu tư ban đầu là 100 triệu đồng , khai thác trong 10 năm, với thu nhập hàng năm lần lượt như sau :

Dự án A : 10, 30, 20, 40, 50, 70, 60, 90, 80,100 triệu đồng

Dự án B : 50, 50, 60, 60, 50, 60, 40, 30, 20, 10 triệu đồng

Yêu cầu :

a. Nếu $r \in [1\%;50\%]$. Hãy xác định NPV tại gốc thời gian 0.

b. Tính IRR.

c. Dự án nào có thể đầu tư? Giải thích bằng đồ thị theo r.

Bài 144

Một doanh nghiệp dự tính xây dựng một nhà máy với số vốn đầu tư là 5 tỷ đồng. Thời gian xây dựng dự tính là ba năm với chi phí đầu tư tính vào cuối mỗi năm lần lượt là : 1 tỷ, 2 tỷ, 2 tỷ.

Dự án dự tính khai thác và khấu hao vốn trong hai mươi năm. Dự tính kết quả kinh doanh hàng năm (chưa tính lãi vay) như sau :

Thời gian kinh doanh	Khối lượng sản phẩm tiêu thụ/năm (cái)	Giá bán đơn vị (đồng)	Biến phí đơn vị (đồng)	Chi phí cố định /năm (tỷ đồng)
năm năm đầu	250 000	50 000	40 000	1
Mười năm kế tiếp	400 000	60 000	45 000	1,5
năm năm cuối	200 000	45 000	40 000	1

Biết rằng :
Trong tổng vốn đầu tư thì :
1 tỷ là vốn vay ngân hàng theo lãi suất 17% /năm
2 tỷ là vốn phát hành trái phiếu với lãi suất 18% /năm
2 tỷ là vốn chủ sở hữu với ROE =30% /năm
Thuế suất thuế thu nhập doanh nghiệp là 28% /năm
Khấu hao vốn theo đường thẳng.
Yêu cầu :
1. Xác định NPV tại các gốc thời gian được chọn :
   a. Là thời điểm bắt đầu xây dựng
   b. Là thời điểm kết thúc xây dựng
   c. Là thời điểm kết thúc khai thác kinh doanh
2. Xác định IRR
3. Có nên xây dựng nhà máy này không ? Tại sao?

Bài 145

Công ty AA dự tính đầu tư vào một tài sản trị giá 500 000 USD, tuổi thọ của tài sản đầu tư là mười năm, lãi suất áp dụng là 12% /năm.
Phân bổ thu nhập của đầu tư hàng năm như sau :

Thu nhập dự tính	75 000 USD	100 000 USD	130 000 USD
Xác suất	20%	60%	20%

Yêu cầu :
- Tính NPV?
- Tính IRR?

Bài 146

Công ty AB có hai dự án đầu tư trong mười năm như sau :
- Dự án A : Vốn đầu tư 200 triệu đồng
- Dự án B : Vốn đầu tư 500 triệu đồng
- Lãi suất áp dụng cho dự án ít rủi ro là : 12% /năm
- Lãi suất áp dụng cho dự án nhiều rủi ro là : 15% /năm

Phân bố thu nhập của đầu tư hàng năm như sau :

Dự án A		Dự án B	
Thu nhập dự kiến	Xác suất	Thu nhập dự kiến	Xác suất
30 triệu đồng	30%	75 triệu đồng	20%
40 triệu đồng	40%	100 triệu đồng	60%
50 triệu đồng	30%	130 triệu đồng	20%

Yêu cầu : Dự án nào có thể đầu tư ?

CHƯƠNG VI

CHỨNG KHOÁN NỢ - TRÁI KHOẢN

6.1. KHÁI NIỆM CƠ BẢN

6.1.1. Định nghĩa

Trái khoản là một chứng từ xác nhận nợ vay dài hạn của người vay đối với người cho vay.

Để thanh toán khoản nợ vay dài hạn –trái khoản; người vay phải hoàn lại số tiền đã vay và trả cho người cho vay tiền lãi trên số vốn thiếu nợ.

6.1.2. Các khái niệm

Như vậy, trong phạm vi quan hệ giữa người đi vay và người cho vay thì hai bên có thể thoả thuận với nhiều phương án cho vay và thanh toán khác nhau.

Người cho vay có thể giao vốn vay một lần hoặc nhiều lần.

Người đi vay cũng có thể thanh toán vốn gốc và lãi theo nhiều phương thức khác nhau như :

Thanh toán vốn và lãi hàng kỳ (trả nợ dần)

- Thanh toán lãi hàng kỳ, thanh toán vốn gốc lúc đáo hạn
- Thanh toán cả vốn và lãi lúc đáo hạn...

Muốn tính toán được khoản thanh toán (gồm vốn gốc và lãi vay), trong hợp đồng vay người ta cần phải xác định được các yếu tố sau :

- Số vốn vay (vốn gốc) : PV
- Lãi suất cho vay (lãi suất theo tháng, quý, năm...) r
- Thời hạn cho vay (tháng, quý, năm...) : n
- Phương thức thanh toán (hoàn trả)

6.2. PHƯƠNG THỨC THANH TOÁN TRÁI KHOẢN

6.2.1. Thanh toán vốn và lãi định kỳ

(Trả nợ dần - Amortization)

6.2.1.1. Các vấn đề cơ bản

Phương thức này được áp dụng phổ biến trong việc vay và cho vay vốn đầu tư dài hạn vì nó phù hợp với đặc điểm của hoạt động đầu tư là bỏ vốn một lần ($-CF_0$), thu hồi vốn dần (CF_k).

Phương thức thanh toán này còn được áp dụng đối với các nghiệp vụ mua bán trả góp.

Các công thức cơ bản

Số tiền phải thanh toán mỗi kỳ:	$PMT_k = I_k + D_k$
Lãi phải trả kỳ thứ k:	$I_k = V_{k-1} . r$
Số dư nợ gốc đầu kỳ sau:	$V_k = V_{k-1} - D_k$

trong đó :

k : kỳ thanh toán (k = 1,2...n)

PMT_k : số tiền thanh toán kỳ thứ k

I_k : lãi thanh toán kỳ thứ k

D_k : vốn gốc thanh toán kỳ thứ k

V_{k-1}: số dư nợ gốc đầu kỳ thứ k

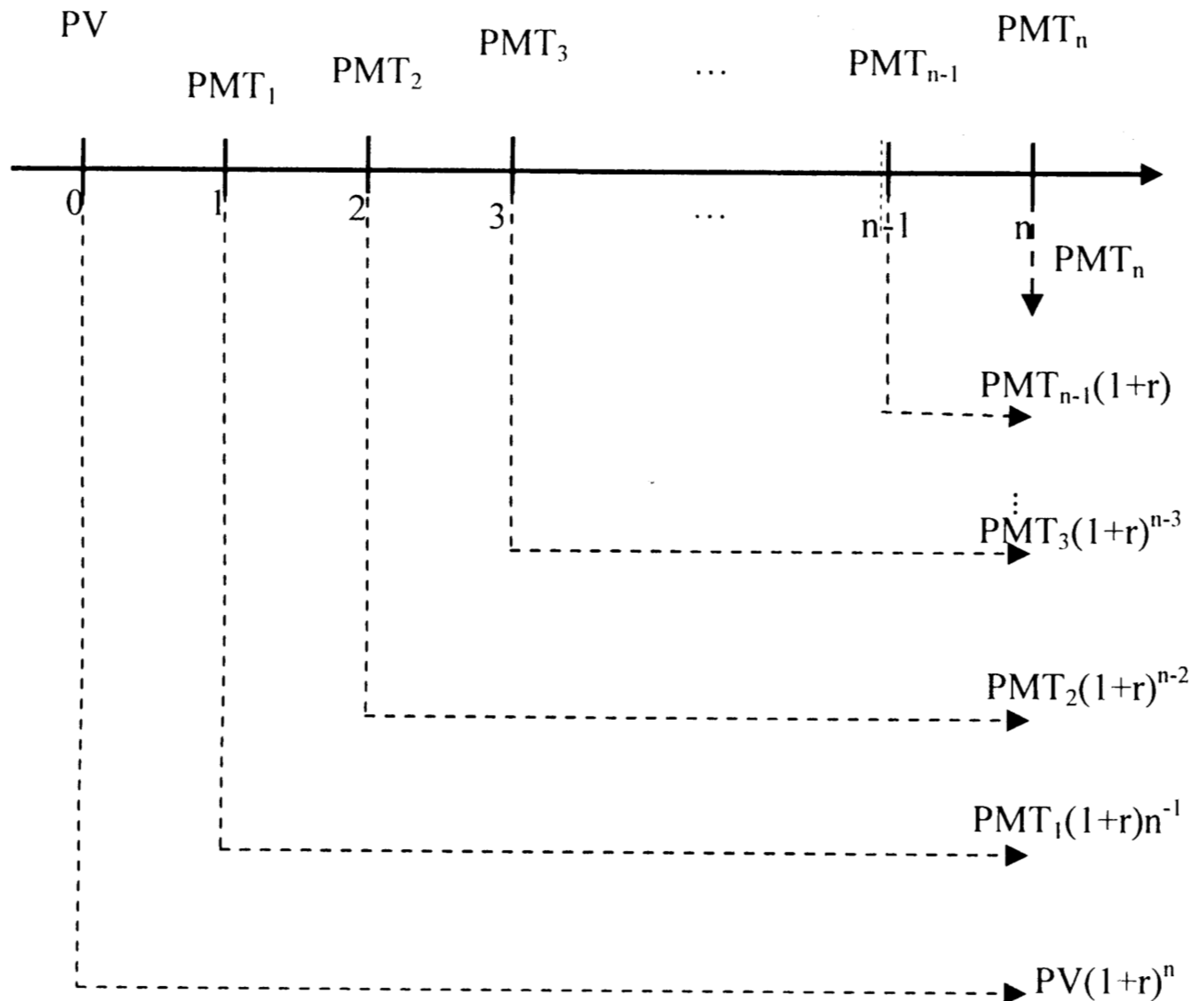
Bảng hoàn trái tổng quát

Kỳ thanh toán (k)	*Số dư nợ gốc đầu kỳ (V_{k-1})*	*Lãi thanh toán trong kỳ (I_k)*	*Vốn gốc thanh toán trong kỳ (D_k)*	*Số tiền thanh toán trong kỳ (PMT_k)*
1	PV	$I_1 = PV . r$	D_1	$PMT_1 = I_1 + D_1$
2	$V_1 = PV - D_1$	$I_2 = V_1 . r$	D_2	$PMT_2 = I_2 + D_2$
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
N	$V_{n-1} = V_{n-2} - D_{n-1}$	$I_n = V_{n-1} . r$	D_n	$PMT_n = I_n + D_n$

Các hệ thức của phương thức trả nợ dần:

Hệ thức 1: Giá trị tương lai của vốn vay

Sơ đồ biểu diễn :



Ta có :

$PV(1+r)^n = PMT_1(1+r)^{n-1} + PMT_2(1+r)^{n-2} + PMT_3(1+r)^{n-3} + ... + PMT_{n-1}(1+r) + PMT_n$

$$\Leftrightarrow \quad \boxed{PV(1+r)^n = \sum_{k=1}^{n} PMT_k (1+r)^{n-k}}$$

Hệ thức 2: Hiện giá của vốn vay

Từ hệ thức 1, nhân cả hai vế với $(1+r)^n$

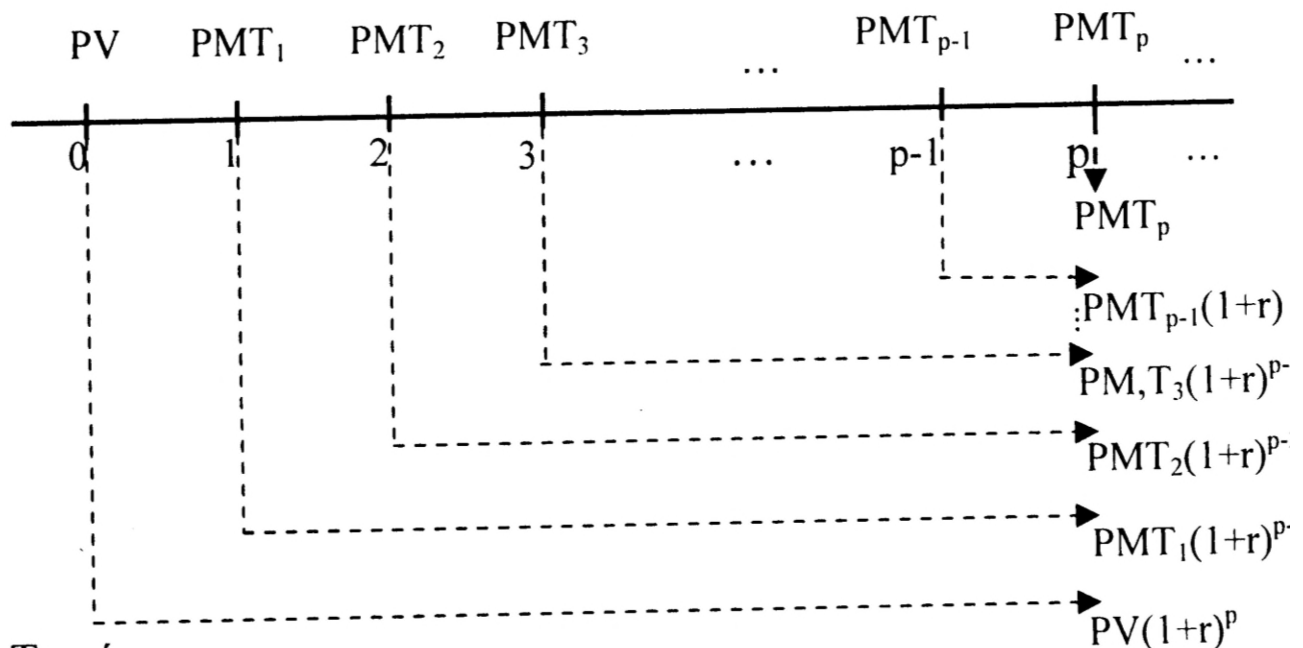
Ta có :

$PV = PMT_1(1+r)^{-1} + PMT_2(1+r)^{-2} + PMT_3(1+r)^{-3} + ... + PMT_{n-1}(1+r)^{-(n-1)} + PMT_n(1+r)^{-n}$

$$\Leftrightarrow \quad \boxed{PV = \sum_{k=1}^{n} PMT_k (1+r)^{-k}}$$

Hệ thức 3: Số nợ gốc còn lại V_p sau p kỳ thanh toán

Sơ đồ biểu diễn :



Ta có :

$$V_k = PV(1+r)^p - [PMT_1(1+r)^{p-1} + PMT_2(1+r)^{p-2} + PMT_3(1+r)^{p-3} + ... +$$

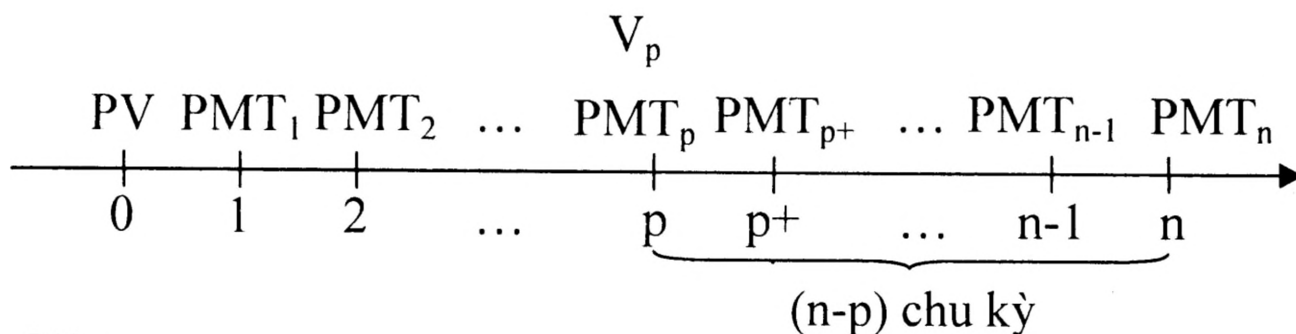
$$+ PMT_{p-1}(1+r) + PMT_p]$$

$$\Leftrightarrow \quad \boxed{V_p = PV\,(1+r)^p - \sum_{k=1}^{p} PMT_k (1+r)^{n-k}}$$

Hệ thức 4 :

Ngoài ra : Sau khi thanh toán p kỳ, người đi vay phải trả (n-p) khoản nữa mới hết nợ.

Ta có sơ đồ biểu diễn :



Vậy :

$V_p = PMT_{p+1}(1+r)^{-1} + PMT_{p+2}(1+r)^{-2} + ... + PMT_{n-1}(1+r)^{-(n-p-1)} + PMT_n(1+r)^{-(n-p)}$

$$\Leftrightarrow \quad V_p = \sum_{k=p+1}^{n} PMT_k (1+r)^{-(k-p)}$$

Hệ thức 5: Tổng số nợ gốc thanh toán trong kỳ bằng vốn vay ban đầu

$$\Rightarrow \quad PV = \sum_{k=1}^{n} D_k$$

Hệ thức 6: Sau kỳ trả thứ n thì thanh toán hết nợ

⇔ Khoản nợ gốc được thanh toán ở kỳ cuối cùng bằng số dư nợ gốc đầu kỳ cuối cùng

$$\Rightarrow \quad V_{n-1} = D_n$$

6.2.1.2. Trái khoản thanh toán cuối kỳ

Trong thực tế, đối với phương thức trả nợ dần người ta thường sử dụng hai hình thức là : Thanh toán kỳ khoản cố định và thanh toán (khấu hao) nợ gốc cố định.

6.2.1.2.1. Kỳ khoản thanh toán cố định

a. Công thức tính và bảng hoàn trái

Với :

vốn vay ban đầu : PV

lãi suất vay : r

kỳ khoản thanh toán cuối kỳ cố định : PMT

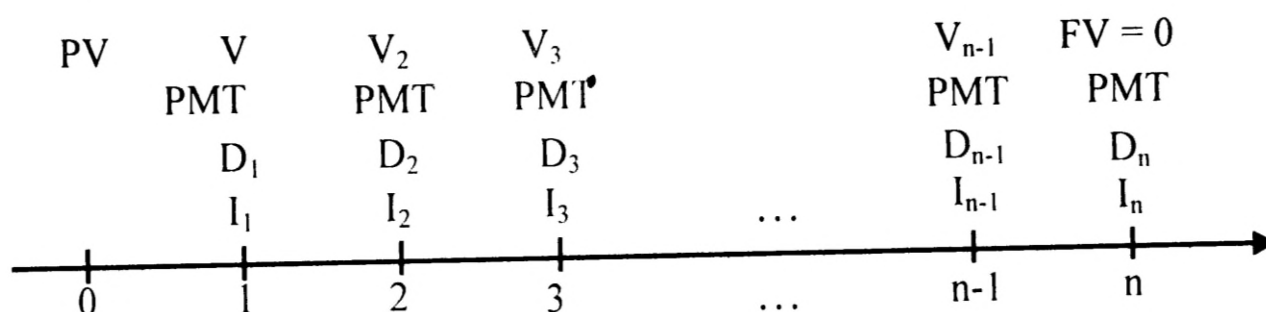
thanh toán trong n kỳ

Đây là chuỗi tiền tệ cố định phát sinh cuối kỳ.

Nên : $$PV = PMT.\frac{1-(1+r)^{-n}}{r}$$

⇨ $$\boxed{PMT = \frac{PV.r}{1-(1+r)^{-n}}}$$

Sơ đồ biểu diễn :



Bảng hoàn trái :

Kỳ thanh toán (k)	***Số dư nợ gốc đầu kỳ (V_{k-1})***	***Lãi thanh toán trong kỳ (I_k)***	***Vốn gốc thanh toán trong kỳ (D_k)***	***Số tiền thanh toán trong kỳ (PMT)***
1	PV	I_1 = PV.r	D_1= PMT - I_1	PMT
2	V_1 = PV - D_1	I_2 = V_1.r	D_2= PMT - I_2	PMT
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
N	V_{n-1}= V_{n-2} - D_{n-1}	I_n = V_{n-1}.r	D_n= PMT – I_n	PMT

Ví dụ 6.1: Lập bảng hoàn trái cho khoản vốn vay 100 triệu đồng, lãi suất 20% /năm, thanh toán trong năm năm.

Biết rằng :

- Khoản thanh toán mỗi kỳ cố định

- Khoản thanh toán đầu tiên sau ngày vay một năm.

Giải

Số tiền người đi vay phải thanh toán mỗi năm :

$$PMT = \frac{PV.r}{1-(1+r)^{-n}} = \frac{100.20\%}{1-(1+20\%)^{-5}} = 33,43797$$

Bảng hoàn trái : (đơn vị tính : triệu đồng)

k	V_{k-1}	$I_k = V_{k-1}.r$	$D_k = PMT - I_k$	**PMT**
1	PV = 100	I_1 = 100 . 20% = 20	D_1= 33,43797-20 =13,437970	33,437970
2	86,562030	17,312406	16,125564	33,437970
3	70,436466	14,087293	19,350677	33,437970
4	51,085789	10,217158	23,220812	33,437970
5	27,864977	5,572995	27,864975	33,437970
	Cộng		99,999998	

Do số tiền thanh toán thường được làm tròn nên dẫn đến khoản nợ gốc thanh toán cuối cùng không bằng số nợ gốc còn nợ đầu kỳ cuối : $V_{n-1} \neq D_n$

Vì vậy, chúng ta sẽ điều chỉnh dòng cuối của bảng hoàn trái sao cho :

Bảng hoàn trái điều chỉnh: (đơn vị tính : triệu đồng)

k	V_{k-1}	$I_k = V_{k-1}.r$	$D_k = PMT - I_k$	**PMT**
1	PV = 100	I_1 = 100 . 20% = 20	D_1= 33,43797-20 =13,437970	33,437970
2	86,562030	17,312406	16,125564	33,437970
3	70,436466	14,087293	19,350677	33,437970
4	51,085789	10,217158	23,220812	33,437970
5	27,864977	5,572995	27,864975	33,437970
Đ/c	27,864977	5,572995	27,864977	33,437972
	Cộng		100	

Trong thực tế có thể số tiền thanh toán mỗi kỳ có thể được làm tròn đến hàng ngàn, người ta cũng dựa vào các nguyên tắc

của bảng hoàn trái để tính toán lại khoản lãi và khoản vốn gốc thanh toán mỗi kỳ cho phù hợp.

c. Các công thức đặc biệt

Ta thấy: Các khoản thanh toán cố định nên nợ gốc thanh toán mỗi kỳ sẽ lập thành cấp số nhân có công bội là (1+ r)

Chứng minh :

Xét hai kỳ khoản thanh toán gần nhau : a_k và a_{k+1}

$$PMT_k = I_k + D_k = V_{k-1}.r + D_k$$
$$PMT_{k+1} = I_{k+1} + D_{k+1} = V_k.r + D_{k+1}$$

Mà : $PMT_k = PMT_{k+1} \Leftrightarrow V_{k-1}.r + D_k = V_k.r + D_{k+1}$

Và : $V_k = V_{k-1} - D_k \Rightarrow (V_k + D_k).r + D_k = V_k.r + D_{k+1}$

$\Leftrightarrow D_k.r + D_k = D_{k+1}$

$$\Leftrightarrow \boxed{\mathbf{D_{k+1} = D_k(1 + r)}}$$

$$\Rightarrow D_2 = D_1(1 + r)$$
$$D_3 = D_2(1+ r) = D_1(1 + r)^2$$
$$D_4 = D_3(1+ r) = D_1(1+ r)^3$$
$$\vdots$$
$$D_n = D_{n-1}(1+ r) = D_1(1+ r)^{n-1}$$

$$\Leftrightarrow \boxed{\mathbf{D_k = D_1(1 + r)^{k-1}}}$$

Ví dụ 6.2: Với ví dụ 6.1 trên, áp dụng công thức $D_k = D_1(1 + r)^{k-1}$

Ta có : $D_2 = 13,437970(1+ 20\%) = 16,125564$

$D_3 = 13,437970(1+ 20\%)^2 = 19,350677$

$D_4 = 13,437970(1+ 20\%)^3 = 23,220812$

$D_5 = 13,437970(1+ 20\%)^4 = 27,864975$

Các hệ thức suy ra từ qui luật của các khoản thanh toán vốn gốc trong trường hợp các khoản thanh toán cố định

Hệ thức 1 : Khoản nợ gốc thanh toán kỳ đầu tiên

Ta có : $PV = D_1 + D_2 + D_3 + ... + D_n$

Mà: $D_{k+1} = D_k (1 + r)$

Nên: $PV = D_1 + D_1(1 + r) + D_1(1 + r)^2 + ... + D_1(1 + r)^{n-1}$

⇨ PV là tổng của một cấp số nhân có số hạng đầu tiên là D_1 và công bội là (1+r)

$$\Leftrightarrow \quad PV = D_1 \frac{(1+r)^n - 1}{r}$$

$$\Rightarrow \quad \boxed{D_1 = \frac{PV.r}{(1+r)^n - 1}}$$

Ví dụ 6.3: Với ví dụ 6.1trên, áp dụng công thức

$$D_1 = \frac{PV.r}{(1+r)^n - 1}$$

Ta có : $$D_1 = \frac{100.20\%}{(1+20\%)^5 - 1} = 13,437970$$

Hệ thức 2 : Khoản nợ gốc thanh toán kỳ cuối cùng

Ta có : $PMT_n = PMT$

Và : $PMT_n = I_n + D_n = V_{n-1}.r + D_n$

Mà : $D_n = V_{n-1}$

Nên : $PMT = D_n.r + D_n = D_n(1+ r)$

$$\Leftrightarrow \quad \boxed{D_n = \frac{PMT}{1+r}}$$

*Ví dụ 6.4:*Với ví dụ 6.1 trên, áp dụng công thức $D_n = \frac{PMT}{1+r}$

Ta có : $$D_n = \frac{33{,}43797}{1+20\%} = 27{,}864975$$

Hệ thức 3 : Khoản nợ gốc thanh toán tại một kỳ khoản bất kỳ

Ta có : $D_n = D_1(1+r)^{n-1}$

$D_p = D_1(1+r)^{p-1}$

⇔ $D_p = D_n(1+r)^{-n+p}$

Mà : $$D_n = \frac{PMT}{1+r}$$

$$D_p = \frac{PMT(1+r)^{-n+p}}{1+r}$$

⇔ $$\boxed{D_p = PMT(1+r)^{-(n-p+1)}}$$

Ví dụ 6.5: Với ví dụ 6.1 trên, áp dụng công thức

$$D_p = PMT(1+r)^{-(n-p+1)}$$

Ta có : $D_2 = 33{,}43797(1+20\%)^{-(5-2+1)} = 16{,}125564$

$D_3 = 33{,}43797(1+20\%)^{-(5-3+1)} = 19{,}350677$

$D_4 = 33{,}43797(1+20\%)^{-(5-4+1)} = 23{,}220812$

Hệ thức 4 : Số nợ gốc đã thanh toán sau p kỳ

Gọi R_p là số nợ gốc đã trả sau p kỳ, ta có :

$$R_p = \sum_{k=1}^{p} D_k = D_1 + D_1(1+r) + D_1(1+r)^2 + \ldots + D_1(1+r)^{p-1}$$

⇨ Vậy R_p là tổng của 1 cấp số nhân có p số hạng , số hạng thứ nhất là D_1 và công bội (1+ r)

⇨ $$R_p = D_1\frac{(1+r)^p - 1}{r} = \frac{PV.r}{(1+r)^n - 1}\cdot\frac{(1+r)^p - 1}{r}$$

$$\Leftrightarrow \quad \boxed{R_p = PV\frac{(1+r)^p - 1}{(1+r)^n - 1}}$$

Ví dụ 6.6: Với ví dụ 6.1 trên, áp dụng công thức

$$R_p = PV\frac{(1+r)^p - 1}{(1+r)^n - 1}$$

Ta có : $R_2 = 100.\frac{(1+20\%)^2 - 1}{(1+20\%)^5 - 1} = 29{,}563535$

$$R_3 = 100.\frac{(1+20\%)^3 - 1}{(1+20\%)^5 - 1} = 48{,}914212$$

$$R_4 = 100.\frac{(1+20\%)^4 - 1}{(1+20\%)^5 - 1} = 72{,}135025$$

Hệ thức 5: Số nợ gốc còn lại sau khi đã thanh toán p kỳ
Vốn vay ban đầu PV, đã thanh toán p kỳ với số vốn gốc đã thanh toán là R_p

Nên, số nợ gốc còn nợ lại là : $V_p = PV - R_p$

$$\Leftrightarrow \quad V_p = PV - PV\frac{(1+r)^p - 1}{(1+r)^n - 1}$$

$$\Leftrightarrow \quad \boxed{V_p = PV\left[1 - \frac{(1+r)^p - 1}{(1+r)^n - 1}\right]}$$

Ví dụ 6.7: Với ví dụ 6.1 trên, áp dụng công thức

$$V_p = PV\left[1 - \frac{(1+r)^p - 1}{(1+r)^n - 1}\right]$$

Ta có : $V_2 = 100.\left[1 - \frac{(1+20\%)^2 - 1}{(1+20\%)^5 - 1}\right] = 70{,}436465$

$$V_3 = 100.\left[1 - \frac{(1+20\%)^3 - 1}{(1+20\%)^5 - 1}\right] = 51{,}085788$$

$$V_4 = 100.\left[1 - \frac{(1+20\%)^4 - 1}{(1+20\%)^5 - 1}\right] = 27{,}864975$$

6.2.1.2.2. Khoản thanh toán nợ gốc cố định

a. Công thức tính và bảng hoàn trái

Với :

vốn vay ban đầu : PV

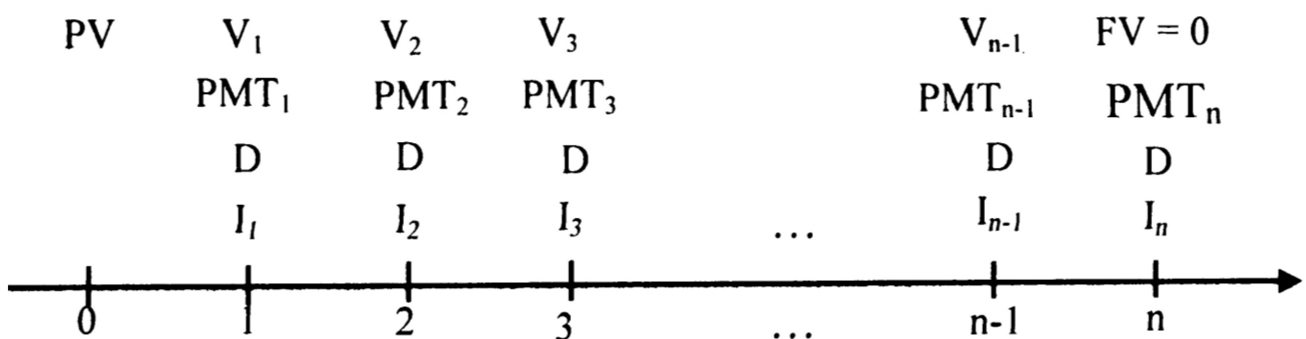
lãi suất vay : r

thanh toán trong n kỳ

khoản thanh toán nợ gốc cố định : D

⇨ $$D_1 = D_2 = ... = D_n = D = \frac{PV}{n}$$

Sơ đồ biểu diễn :



Bảng hoàn trái :

Kỳ thanh toán (k)	*Số dư nợ gốc đầu kỳ (V_{k-1})*	*Lãi thanh toán trong kỳ (I_k)*	*Vốn gốc thanh toán trong kỳ (D)*	*Số tiền thanh toán trong kỳ (PMT_k)*
1	PV	$I_1 = PV . r$	D	$PMT_1 = D + I_1$
2	$V_1 = PV - D$	$I_2 = V_1 . r$	D	$PMT_2 = D + I_2$
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
N	$V_{n-1} = D$	$I_n = V_{n-1} . r$	D	$PMT_n = D + I_n$

Ví dụ 6.8: Với ví dụ 6.1 phần trên.
Biết rằng :

- Khoản thanh toán nợ gốc mỗi kỳ cố định.
- Khoản thanh toán đầu tiên sau ngày vay một năm.

Giải

Số nợ gốc người đi vay phải thanh toán mỗi năm:

$$D = \frac{PV}{n} = \frac{100}{5} = 20$$

Bảng hoàn trái (đơn vị tính : triệu đồng)

k	*V_{k-1}*	*$I_k = V_{k-1} . r$*	*$D_k = D$*	*$a_k = I_k + D$*
1	PV = 100	I_1 = 100 . 20% = 20	D_1 = D =100 : 5 = 20	$a_1 = I_1 + D =$ 40
2	V_1 = 80	I_2 = 80 . 20% = 16	D_2 = D =20	$a_2 = I_2 + D =$ 36
3	V_2 = 60	I_3 = 60 . 20% = 12	D_3 = D =20	$a_3 = I_3 + D =$ 32
4	V_3 = 40	I_4 = 40 . 20% = 8	D_4 = D =20	$a_4 = I_4 + D =$ 28
5	V_4 = 20	I_5 = 20 . 20% = 4	D_5 = D =20	$a_5 = I_5 + D =$ 24
	Cộng		100	

Ví dụ 6.8: Với ví dụ 6.1 phần trên.

Biết rằng :

- Khoản thanh toán nợ gốc mỗi kỳ cố định.
- Khoản thanh toán đầu tiên sau ngày vay một năm.

Giải

Số nợ gốc người đi vay phải thanh toán mỗi năm:

$$D = \frac{PV}{n} = \frac{100}{5} = 20$$

Bảng hoàn trái (đơn vị tính : triệu đồng)

k	V_{k-1}	$I_k = V_{k-1} . r$	$D_k = D$	$PMT_k = I_k + D$
1	PV = 100	I_1 = 100 . 20% = 20	D_1 = D = 100 : 5 = 20	$PMT_1 = I_1 + D = 40$
2	V_1 = 80	I_2 = 80 . 20% = 16	D_2 = D = 20	$PMT_2 = I_2 + D = 36$
3	V_2 = 60	I_3 = 60 . 20% = 12	D_3 = D = 20	$PMT_3 = I_3 + D = 32$
4	V_3 = 40	I_4 = 40 . 20% = 8	D_4 = D = 20	$PMT_4 = I_4 + D = 28$
5	V_4 = 20	I_5 = 20 . 20% = 4	D_5 = D = 20	$PMT_5 = I_5 + D = 24$
	Cộng		100	

b. Các công thức đặc biệt

Công thức 1: Nợ gốc còn nợ đầu mỗi kỳ

Ta có :

$$V_1 = PV - D = PV - \frac{PV}{n} = PV . \left(1 - \frac{1}{n}\right)$$

$$V_2 = V_1 - D = PV - \frac{2.PV}{n} = PV . \left(1 - \frac{2}{n}\right)$$

$$\vdots$$

$$V_{n-1} = V_{n-2} - D = PV - \frac{(n-1).PV}{n} = PV . \left(1 - \frac{n-1}{n}\right)$$

$$\Rightarrow \boxed{V_{p-1} = PV . \left(1 - \frac{p-1}{n}\right)}$$

Ví dụ 6.9: Với ví dụ 6.8 trên, áp dụng công thức

$$V_{p-1} = PV.\left(1 - \frac{P-1}{n}\right)$$

Ta có : $$V_1 = 100.\left(1 - \frac{2-1}{5}\right) = 100$$

$$V_2 = 100.\left(1 - \frac{3-1}{5}\right) = 60$$

$$V_3 = 100.\left(1 - \frac{4-1}{5}\right) = 40$$

$$V_4 = 100.\left(1 - \frac{5-1}{5}\right) = 20$$

Công thức 2 : Tiền lãi thanh toán các kỳ

Ta có : $I_1 = PV.r$

$$I_2 = V_1.r = PV.r.\left(1 - \frac{1}{n}\right) = I_1.\left(1 - \frac{1}{n}\right)$$

$$I_3 = V_2.r = PV.r.\left(1 - \frac{2}{n}\right) = I_1.\left(1 - \frac{2}{n}\right) = I_2 - \frac{PV.r}{n}$$

$$I_4 = V_3.r = PV.r.\left(1 - \frac{3}{n}\right) = I_1.\left(1 - \frac{3}{n}\right) = I_3 - \frac{PV.r}{n}$$

$$\vdots$$

$$I_n = V_{n-1}.r = PV.r.\left(1 - \frac{n-1}{n}\right) = I_1.\left(1 - \frac{n-1}{n}\right) = I_{n-1} - \frac{PV.r}{n}$$

$\Longrightarrow \quad I_p = I_1.\left(1 - \frac{p-1}{n}\right)$ Hay $I_p = I_{p-1} - \frac{PV.r}{n}$

Ví dụ 6.10: Với ví dụ 6.8 trên, áp dụng công thức

$$I_p = I_1.\left(1 - \frac{P-1}{n}\right)$$

Ta có :

$$I_1 = 20.\left(1 - \frac{1-1}{5}\right) = 20$$

$$I_2 = 20.\left(1 - \frac{2-1}{5}\right) = 16$$

$$I_3 = 20.\left(1 - \frac{3-1}{5}\right) = 12$$

$$I_4 = 20.\left(1 - \frac{4-1}{5}\right) = 8$$

$$I_5 = 20.\left(1 - \frac{5-1}{5}\right) = 4$$

Công thức 3 : Khoản thanh toán các kỳ

Ta có : $PMT_1 = I_1 + D = PV.r + \frac{PV}{n} = PV.\left(r + \frac{1}{n}\right)$

$$PMT_2 = I_2 + D = PV.r.\left(1 - \frac{1}{n}\right) + \frac{PV}{n} = PMT_1 - \frac{PV.r}{n}$$

$$PMT_3 = I_3 + D = PV.r.\left(1 - \frac{2}{n}\right) + \frac{PV}{n} = PMT_2 - \frac{PV.r}{n}$$

$$\vdots$$

$$PMT_n = I_{n-1} + D = PV.r.\left(1 - \frac{n-1}{n}\right) + \frac{PV}{n} = PMT_{n-1} - \frac{PV.r}{n}$$

⇨ $$\boxed{PMT_p = PMT_{p-1} - \frac{PV.r}{n}}$$

Ví dụ 6.11: Với ví dụ 6.8 trên, áp dụng công thức

$$PMT_p = PMT_{p-1} - \frac{PV.r}{n}$$

Ta có : $$PMT_2 = 40 - \frac{100.20\%}{5} = 36$$

$$PMT_3 = 36 - \frac{100.20\%}{5} = 32$$

$$PMT_4 = 32 - \frac{100.20\%}{5} = 28$$

$$PMT_5 = 28 - \frac{100.20\%}{5} = 24$$

6.2.1.3. Trái khoản thanh toán đầu kỳ

6.2.1.3.1. Kỳ khoản thanh toán cố định

a. Công thức tính và bảng hoàn trái

Với :

vốn vay ban đầu : PV

lãi suất vay : r

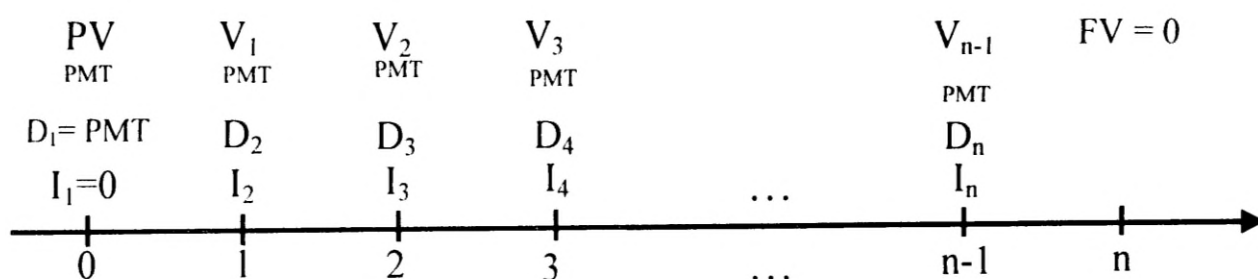
kỳ khoản thanh toán đầu kỳ cố định : PMT
thanh toán trong n kỳ

Đây là chuỗi tiền tệ cố định phát sinh đầu kỳ.

Nên : $PV = PMT(1+r).\dfrac{1-(1+r)^{-n}}{r}$

$\Rightarrow \quad PMT = \dfrac{PV.r}{(1+r)\left[1-(1+r)^{-n}\right]}$

Sơ đồ biểu diễn :



Bảng hoàn trái

Kỳ thanh toán (k)	*Số dư nợ gốc đầu kỳ (V_{k-1})*	*Lãi thanh toán trong kỳ (I_k)*	*Vốn gốc thanh toán trong kỳ (D_k)*	*Số tiền thanh toán trong kỳ (PMT)*
1	PV	$I_1 = 0$	D_1= PMT - I_1= PMT	PMT
2	$V_1 = PV - D_1$	$I_2 = V_1 . r$	D_2= PMT – I_2	PMT
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
N	$V_{n-1}=V_{n-2}-D_{n-1}$	$I_n = V_{n-1} . r$	D_n= PMT – I_n	PMT

Lưu ý : Kỳ thanh toán thứ nhất ở thời điểm đầu kỳ thứ nhất # thời điểm 0. Kỳ thanh toán thứ hai ở thời điểm đầu kỳ thứ hai # thời điểm cuối kỳ thứ nhất...

*Ví dụ 6.12:*Lập bảng hoàn trái cho khoản vốn vay 100 triệu đồng, lãi suất 20% /năm, thanh toán trong năm năm.

Biết rằng : Khoản thanh toán cố định phát sinh đầu kỳ.

Giải

Số tiền người đi vay phải thanh toán mỗi năm :

$$PMT = \frac{PV.r}{(1+r)\left[1-(1+r)^{-n}\right]} = \frac{100.20\%}{(1+20\%)\left[1-(1+20\%)^{-5}\right]} = 27{,}864975$$

Bảng hoàn trái (đơn vị tính : triệu đồng)

k	V_{k-1}	$I_k = V_{k-1}.r$	$D_k = PMT - I_k$	PMT
1	PV = 100	$I_1 = 0$	D_1= 27,864975	27,864975
2	72,135025	14,427005	13,437970	27,864975
3	58,697055	11,739411	16,125564	27,864975
4	42,571491	10,217158	19,350677	27,864975
5	23,220814	4,644163	23,220812	27,864975
	Cộng		99,999998	

Do số tiền thanh toán thường được làm tròn nên dẫn đến khoản nợ gốc thanh toán cuối cùng không bằng số nợ gốc còn nợ đầu kỳ cuối : $V_{n-1} \neq D_n$

Vì vậy, chúng ta sẽ điều chỉnh dòng cuối của bảng hoàn trái sao cho :

$$\begin{cases} V_{n-1} = D_n \\ PMT = I_n + D_n \end{cases}$$

Bảng hoàn trái điều chỉnh (đơn vị tính : triệu đồng)

k	V_{k-1}	$I_k = V_{k-1}.r$	$D_k = PMT - I_k$	PMT
1	PV = 100	$I_1 = 0$	D_1= 27,864975	27,864975
2	72,135025	14,427005	13,437970	27,864975
3	58,697055	11,739411	16,125564	27,864975
4	42,571491	10,217158	19,350677	27,864975
5	23,220814	4,644163	23,220812	27,864975
Đ/c	23,220814	4,644163	23,220814	27,864977
	Cộng		100	

b. Các công thức đặc biệt :

Chúng ta có một vài công thức đặc biệt riêng đối với trường hợp này :

Công thức 1 : Lãi thanh toán các kỳ

Do các khoản thanh toán đầu kỳ, nên khoản thanh toán đầu tiên ngay tại thời điểm vay hoàn toàn là trả nợ gốc, vì lúc này khoản vốn vay chưa phát sinh lãi : $I_1 = 0$

Vì vậy, ta có:

$$I_k = V_{k-1} \,.\, r$$
Với k = 1…n

Công thức 2 : Khoản nợ gốc thanh toán các kỳ

Ta có : Khoản thanh toán đầu tiên ngay tại thời điểm vay là trả nợ gốc $D_1 = PMT$

Nên:

$$D_{k+1} = D_k\,(1 + r)$$
Với k = 2…n

Ví dụ 6.13: Với ví dụ 6.12 trên ta có

$$D_3 = D_2(1+ r) = 13{,}437970.(1+ 20\%) = 16{,}125564$$
$$D_4 = D_3(1+ r) = 16{,}125564.(1+ 20\%) = 19{,}350677$$
$$D_5 = D_4(1+ r) = 19{,}350677.(1+ 20\%) = 23{,}220812$$

6.2.1.3.2. Khoản thanh toán nợ gốc cố định

Công thức

Với : vốn vay ban đầu : PV

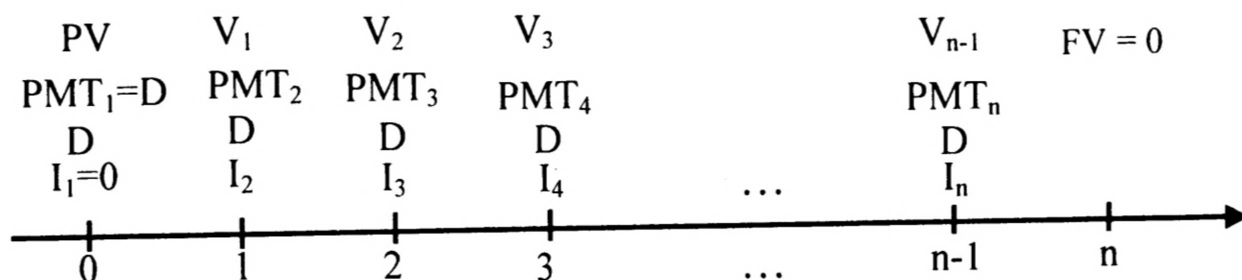
lãi suất vay : r

thanh toán đầu kỳ trong n kỳ

khoản thanh toán nợ gốc cố định : D

⇨ $$D_1 = D_2 = ... = D_n = D = \frac{PV}{n}$$

Sơ đồ biểu diễn :



Bảng hoàn trái

Kỳ thanh toán (k)	*Số dư nợ gốc đầu kỳ (V_{k-1})*	*Lãi thanh toán trong kỳ (I_k)*	*Vốn gốc thanh toán trong kỳ (D)*	*Số tiền thanh toán trong kỳ (PMT_k)*
1	PV	$I_1 = 0$	D	$PMT_1 = D$
2	$V_1 = PV - D$	$I_2 = V_1 . r$	D	$PMT_2 = D + I_2$
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
N	$V_{n-1} = D$	$I_n = V_{n-1} . r$	D	$PMT_n = D + I_n$

Ví dụ 6.14: Với ví dụ 6.12 trong phần trên

Biết rằng :

- Khoản thanh toán nợ gốc mỗi kỳ cố định.
- Khoản thanh toán đầu tiên ngay ngày vay.

Giải

Số nợ gốc người đi vay phải thanh toán mỗi năm:

$$D = \frac{PV}{n} = \frac{100}{5} = 20$$

Bảng hoàn trái (đơn vị tính : triệu đồng)

k	***V_{k-1}***	***$I_k = V_{k-1} . r$***	***$D_k = D$***	***$PMT_k = I_k + D$***
1	PV = 100	$I_1 = 0$	$D_1 = D = 100 : 5 = 20$	$PMT_1 = D = 20$
2	$V_1 = 80$	$I_2 = 80 . 20\% = 16$	$D_2 = D = 20$	$PMT_2 = I_2 + D = 36$
3	$V_2 = 60$	$I_3 = 60 . 20\% = 12$	$D_3 = D = 20$	$PMT_3 = I_3 + D = 32$
4	$V_3 = 40$	$I_4 = 40 . 20\% = 8$	$D_4 = D = 20$	$PMT_4 = I_4 + D = 28$
5	$V_4 = 20$	$I_5 = 20 . 20\% = 4$	$D_5 = D = 20$	$PMT_5 = I_5 + D = 24$
	Cộng		100	

6.2.2. Thanh toán lãi định kỳ, vốn gốc trả khi đáo hạn

6.2.2.1. Các vấn đề cơ bản

Với phương thức thanh toán này, người cho vay và người đi vay cũng vẫn tồn tại những khó khăn

- Đối với người đi vay : Phương thức này giảm bớt áp lực về tài chính hơn so với phương thức trên nhưng số nợ gốc hoàn trả một lần vào lúc đáo hạn vẫn là một gánh nặng. Bên cạnh đó, nó vẫn chưa thích hợp với hầu hết các phương án đầu tư là bỏ vốn một lần ($-CF_0$), thu hồi vốn dần (CF_k).
- Đối với người cho vay: Phương thức thanh toán này tạo thu nhập thường xuyên, tuy nhiên độ rủi ro vẫn rất cao.

Đặc điểm :

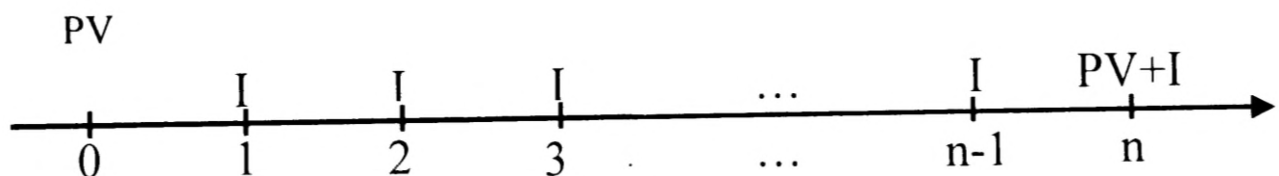
- Lãi trả định kỳ
- Vốn gốc trả định kỳ = 0
- Số tiền phải trả khi đáo hạn (gồm cả vốn gốc và lãi kỳ cuối)

6.2.2.2. Công thức và sơ đồ biểu diễn

Như đã trình bày ở trên, khoản vốn thanh toán một lần cuối kỳ tạo sức ép về tài chính đối với người vay. Thu nhập từ các dự án đầu tư mang tính chất thường xuyên, nên người đi vay phải chuẩn bị sẵn bằng cách đưa khoản thu nhập thường xuyên này vào kinh doanh ngắn hạn hay đưa vào ngân hàng với mục đích có đủ số vốn đảm bảo trả được nợ vay vào lúc đáo hạn. Cách này còn được gọi là đầu tư quỹ chìm (Sinking fund).

Đối với vốn vay:

Sơ đồ biểu diễn



Công thức tính :

Cuối mỗi kỳ, người đi vay phải thanh toán khoản lãi :

$$\Rightarrow \quad \boxed{I = PV.r}$$

Với : I : lãi của khoản nợ vay

r : lãi suất vay vốn

PV : vốn vay ban đầu

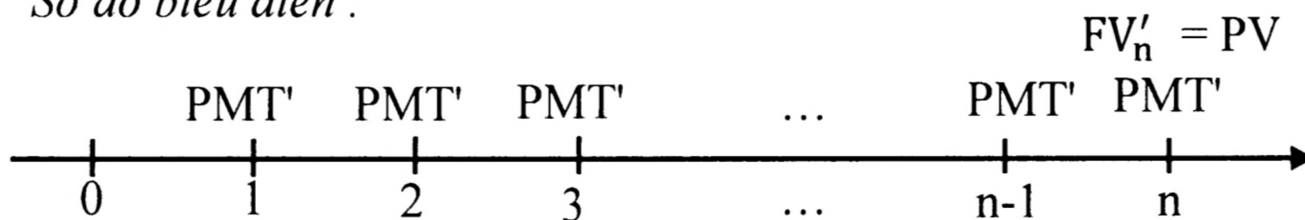
Kỳ cuối cùng, người đi vay phải trả khoản lãi kỳ cuối và khoản vốn vay ban đầu :

$$\Rightarrow \quad \boxed{PV + I = PV(1+r)}$$

Đối với đầu tư quỹ chìm

- Đầu tư hàng năm vào quỹ chìm khoản tiền : a'
- Lãi suất đầu tư quỹ chìm : r'
- Thời gian đầu tư : n
- Giá trị dòng tiền đầu tư tại thời điểm n : FV'_n = PV (vốn vay)

Sơ đồ biểu diễn :



Công thức tính :

Đây là dòng tiền phát sinh cuối kỳ, nên :

$$FV'_n = PMT' . \frac{(1+r')^n - 1}{r} = PV$$

Giá trị quỹ chìm năm thứ k : $k = 1 \ldots n$

$$\Leftrightarrow \quad FV'_k = PMT'. \frac{(1+r')^k -}{r'}$$

Khoản tiền đầu tư quỹ chìm mỗi kỳ :

$$\Leftrightarrow \quad PMT' = \frac{PV.r'}{(1+r')^n - 1}$$

Khoản tiền chi ra mỗi k

Theo phương thức này, mỗi kỳ, người đi vay phải bỏ ra một khoản tiền gồm: Tiền lãi thanh toán cho khoản vốn vay và khoản tiền PMT' đầu tư vào quỹ chìm.

Nếu : Gọi PMT là khoản tiền người đi vay phải chi ra mỗi kỳ

Ta có : **PMT = I + PMT'**

Lãi suất thực mà người đi vay phải chịu

Với : r_t : Lãi suất thực

Ta có :
$$PV = PMT.\frac{1-(1+r_t)^{-n}}{r_t}$$

Ta có thể tính r_t bằng phương pháp nội suy.

Ví dụ 6.15: Một trái khoản 100 triệu đồng, lãi suất 20% /năm, thanh toán trong năm năm.

Biết rằng :

- Thanh toán nợ gốc lúc đáo hạn
- Thanh toán lãi cuối mỗi kỳ
- Đầu tư quỹ chìm với a'cố định lãi suất r'=18% /năm

Tính lãi suất thực mà người đi vay phải chịu?

Giải

Khoản đầu tư quỹ chìm mỗi kỳ :

$$PMT' = \frac{PV.r'}{(1+r')^n - 1} = \frac{100.18\%}{(1+18\%)^5 - 1} = 13{,}977784$$

Khoản lãi vay phải thanh toán mỗi kỳ :

$$I = PV \,.\, r = 100 \,.\, 20\% = 20$$

Khoản tiền chi ra mỗi kỳ :

$$PMT = I + PMT' = 13{,}977784 + 20 = 33{,}977784$$

Áp dụng công thức : $PV = PMT.\frac{1-(1+r_t)^{-n}}{r_t}$

$$\Rightarrow S = \frac{100}{33{,}977784} = 2{,}9430995 = \frac{1-(1+r_t)^{-5}}{r_t}$$

Tra bảng tài chính 4 với dòng n = 5, ta có :

$$r_1 = 20\% < r_t < r_2 = 21\%$$

$$\Leftrightarrow \quad S_1 = 2{,}99061211 > S > S_2 = 2{,}9259843$$

Áp dụng công thức nội suy : $r = r_2 - (r_2 - r_1)\frac{S - S_2}{S_1 - S_2}$

$$\Rightarrow r_t = 21\% - 1\%.\frac{2,9430995 - 2,9259843}{2,99061211 - 2,9259843} \approx 21,26\%$$

Vậy, lãi suất thực mà người đi vay phải chịu là 21,26% /năm.

6.2.2.3. Bảng hoàn trái

Kỳ thanh toán (k)	*Số dư nợ gốc đầu kỳ ($V_{k-1}=V_0$)*	*Lãi thanh toán trong kỳ ($I_k = I$)*	*Đầu tư quỹ chìm (PMT'_k)*	*Số tiền thanh toán trong kỳ ($PMT_k = I_k + PMT'_k$)*	*Giá trị đầu tư quỹ chìm (V'_k)*
1	PV	I = PV.r	PMT'_1	$PMT_1 = I_1 + PMT'_1$	V'_1
2	PV	I = PV.r	PMT'_2	$PMT_2 = I_2 + PMT'_2$	V'_2
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
n	PV	I = PV.r	PMT'_n	$PMT_n = I_n + PMT'_n$	V'_n

Ví dụ 6.16: Với ví dụ 6.15 trong phần trên.

Yêu cầu : Lập bảng hoàn trái

Biết rằng :

thanh toán nợ gốc lúc đáo hạn

thanh toán lãi cuối mỗi kỳ

đầu tư quỹ chìm với a'cố định lãi suất r'=18% /năm

Giải

Giá trị đầu tư quỹ chìm cuối mỗi kỳ :

$$FV'_k = PMT'.\frac{(1+r')^k - 1}{r'} = 13,977784.\frac{(1+18\%)^k - 1}{18\%}$$

$k = 1;2;3;4;5$

Bảng hoàn trái

K	*V_{k-1}=PV*	*I_k=I*	*PMT'*	*PMT =I+PMT'*	*V'_k*
1	100	20	13,977784	33,977784	13,977784
2	100	20	13,977784	33,977784	30,471569
3	100	20	13,977784	33,977784	49,934236
4	100	20	13,977784	33,977784	72,900182
5	100	20	13,977784	33,977784	100

6.2.3. Trả vốn vay và lãi lúc đáo hạn

6.2.3.1. Các vấn đề cơ bản

Phương thức này ít được sử dụng trong các nghiệp vụ tài

chính dài hạn vì tạo những áp lực cho cả người đi vay và người cho vay.

- Đối với người đi vay : Phương thức này tạo ra những khó khăn về tài chính vì phải hoàn trả số tiền lớn một lần vào lúc đáo hạn.

- Đối với người cho vay : Khoản cho vay không tạo được thu nhập thường xuyên và độ rủi ro rất cao.

- Đặc điểm :

  lãi trả định kỳ = 0

  vốn gốc trả định kỳ = 0

  số tiền phải trả khi đáo hạn (gồm cả vốn gốc và lãi)

6.2.3.2. Công thức và sơ đồ biểu diễn

Đối với vốn vay

Khi đáo hạn, người đi vay phải thanh toán cả vốn gốc và lãi :

⇨ $$FV = PV.(1+r)^n$$

Với : FV : khoản thanh toán khi đáo hạn

PV : vốn vay ban đầu

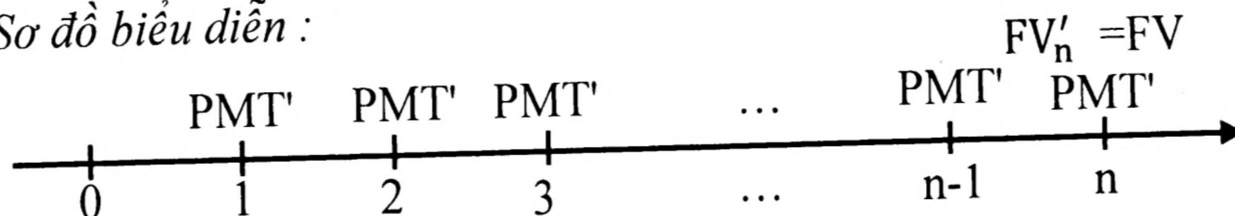
r : lãi suất vay vốn

n : thời gian vay nợ

Đối với đầu tư quỹ chìm

- Đầu tư hàng năm vào quỹ chìm khoản tiền : PMT'
- Lãi suất đầu tư quỹ chìm : r'
- Thời gian đầu tư : n
- Giá trị dòng tiền đầu tư tại thời điểm n : $FV'_n = FV$

Sơ đồ biểu diễn :



Công thức tính :

Đây là dòng tiền phát sinh cuối kỳ, nên :

$$FV'_n = PMT'.\frac{(1+r')^n - 1}{r'} = FV = PV(1+r)^n$$

Giá trị đầu tư quỹ chìm năm k : k = 1…n

⇨ $$V'_k = PMT'.\frac{(1+r')^k - 1}{r'}$$

Số tiền đầu tư quỹ chìm mỗi kỳ :

⇨ $$PMT' = PV(1+r)^n.\frac{r'}{(1+r')^n - 1}$$

6.2.3.3. Bảng hoàn trái

Kỳ thanh toán (k)	*Vốn nợ đầu kỳ (V_{k-1})*	*Đầu tư quỹ chìm (PMT'_k)*	*Giá trị đầu tư quỹ chìm (V'_k)*
1	PV	PMT'_1	V'_1
2	PV(1+r)	PMT'_2	V'_2
3	$PV(1+r)^2$		
⋮	⋮	⋮	⋮
n	$PV(1+r)^{n-1}$	PMT'_n	V'_n

Ví dụ 6.17: Với ví dụ 6.15 trong phần trên (đơn vị tính : triệu đồng)
Biết rằng :

- Thanh toán nợ gốc và lãi lúc đáo hạn
- Đầu tư quỹ chìm với PMT' cố định lãi suất r'=18% /năm.

Giải

Khoản tiền phải thanh toán khi đáo hạn :

$$FV = PV(1+r)^n = 100(1+20\%)^5 = 248,832$$

Khoản đầu tư quỹ chìm mỗi kỳ :

$$PMT' = PV(1+r)^n.\frac{r'}{(1+r')^n - 1} = 100(1+20\%)^5.\frac{18\%}{(1+18\%)^5 - 1} = 34,7812$$

Giá trị đầu tư quỹ chìm cuối mỗi kỳ:

$$FV'_k = PMT'.\frac{(1+r')^k - 1}{r'} = 34,7812.\frac{(1+18\%)^k - 1}{18\%}$$

$k = 1;2;3;4;5$

Bảng hoàn trái :

K	$V_{k-1} = PV(1+r)^k$	***PMT'***	V'_k
1	100	34,7812	34,7812
2	120	34,7812	75,823016
3	144	34,7812	142,252359
4	172,8	34,7812	181,398984
5	207,36	34,7812	248,832
6	248,832		

BÀI TẬP CHƯƠNG VI

Bài 147

Lập bảng hoàn trả cho một khoản vốn vay 1 tỷ đồng, trả trong vòng bảy năm bằng kỳ khoản cố định, lãi suất 9% /năm.

Bài 148

Một khoản vốn vay với lãi suất 2,5% /quý, trả bằng kỳ khoản cố định trong hai mươi tám quý, mỗi quý trả 22,54 triệu.

Yêu cầu:

1. Xác định số vốn vay.
2. Xác định khoản vốn gốc hoàn trả trong kỳ đầu tiên và cuối cùng.

Bài 149

Một doanh nghiệp mua một xe ô tô, giá bán hiện tại là 24 000 USD, trả ngay 12 000 USD, số còn lại trả dần trong một năm vào cuối mỗi tháng, số nợ gốc trả trong mỗi kỳ bằng nhau, dư nợ giảm dần. Hãy lập bảng hoàn trả cho khoản mua trả góp trên, biết rằng lãi suất trả chậm là 0,85% /tháng

Bài 150

Một doanh nghiệp vay ngân hàng 5 tỷ đồng, trả nợ dần định kỳ cuối mỗi quí bằng kỳ khoản cố định kỳ năm năm, lãi suất 9% /năm.

a. Tính số tiền doanh nghiệp phải trả mỗi quý.

b. Lập 2 dòng thứ 10 và 20 của bảng hoàn trả.

Bài 151

Một công ty tuyên bố phá sản để lại một khoản nợ là 2,5 tỷ đồng. Người ta xác định được rằng:

Các chủ nợ của công ty đồng ý chịu tổn thất 20%

Hàng năm công ty có một khoản thu có thể sử dụng để trả nợ là 300 triệu đồng.

Lãi suất số nợ phải trả là 6% /năm.

Xác định thời gian để trả số nợ trên, nếu số năm trả nợ không phải là số nguyên thì quy tròn lên số nguyên cao hơn gần

nhất. Khoản hoàn trả cuối cùng sẽ nhỏ hơn 300 triệu đồng. Tính khoản vốn gốc hoàn trả vào năm cuối cùng.

Bài 152

Một công ty vay ngân hàng 10 tỷ đồng đối với các điều kiện sau: trả dần định kỳ trong mười năm với số tiền trả hàng năm bằng nhau, lãi suất 9% /năm.

Sau khi trả được năm kỳ, công ty xin chuyển số còn nợ thành một khoản vay mới với các điều kiện sau: trả dần định kỳ trong tám năm, số trả hàng năm cố định, lãi suất 10% /năm.

Do thay đổi hợp đồng vay, công ty sẽ bị phạt 2% trên số còn nợ theo hợp đồng cũ (số phạt này sẽ được tính gộp thành số vốn vay theo hợp đồng mới).

Xác định số tiền công ty phải trả mỗi năm theo hợp đồng mới.

Bài 153

Doanh nghiệp vay ngân hàng 5,5 tỷ đồng, lãi suất 10% /năm trả nợ dần trong mười năm. Hợp đồng qui định doanh nghiệp phải trả nợ gốc theo qui luật cấp số cộng, công sai bằng số vốn gốc trả trong kỳ đầu tiên.

a. Xác định vốn gốc trả trong kỳ đầu tiên.

b. Xác định số tiền doanh nghiệp phải trả ở kỳ thứ tư.

Bài 154

Doanh nghiệp E vay ngân hàng một khoản vốn với các điều kiện sau:

Trả định kỳ hàng năm trong tám năm.

Cuối năm đầu tiên trả 400 triệu đồng và cứ năm sau tăng hơn năm trước 10%. Lãi suất 9% /năm.

Yêu cầu:

1. Xác định số vốn doanh nghiệp đã vay.
2. Xác định số dư nợ đầu năm thứ tư.

Bài 155

g nhau.

Hãy lập bảng hòan trả cho khoản nợ vay trên sau khi đã thay đổi hợp đồng.

vẫn là 9,8% /năm. Doanh nghiệp trả nợ gốc mỗi năm bằn

Công ty B đề nghị được vay lại khoản vốn trên với lãi suất như cũ và thời gian trả nợ là năm năm với cùng phương thức trả nợ như trên.

Ngân hàng chấp nhận với đề nghị công ty B sẽ trả ngay cho công ty A 0,2% và ngân hàng 0,3% trên khoản vốn được vay.

Xác định lãi suất thực mà công ty B phải gánh chịu nếu vay lại khoản vốn trên.

Bài 165

Công ty D vay ngân hàng một khoản vốn 3 294 437 000 đồng, lãi suất 9% /năm, trả nợ dần định kỳ trong tám năm. Hợp đồng quy định công ty phải trả nợ gốc theo quy luật cấp số nhân, số nợ gốc trả trong kỳ cuối cùng bằng 2,66 lần số nợ gốc trả trong kỳ đầu tiên.

- Xác định số vốn gốc trả trong kỳ đầu tiên.
- Xác định tiền công ty trả trong kỳ thứ năm.

Bài 166

Công ty F vay ngân hàng một số vốn để đầu tư với các điều kiện sau :

- Trả dần định kỳ trong sáu năm.
- Năm đầu tiên trả 800 triệu đồng và năm sau giảm hơn so với năm trước 80 triệu đồng.
- Lãi suất 8% /năm.

Yêu cầu :

a. Xác định số vốn công ty đã vay.
b. Xác định số dư nợ đầu năm thứ tư.

Bài 167

Một doanh nghiệp cần tìm một nguồn tài trợ trong năm năm. Có hai phương án tài trợ được xem xét :

- Phương án một : Vay ngân hàng A, lãi suất 9,8% /năm, trả lãi định kỳ, nợ gốc trả khi đáo hạn; lệ phí vay 0,2% vốn gốc.
- Phương án hai : Vay ngân hàng B, lãi suất 0,5% /năm, trả nợ định kỳ bằng kỳ khoản cố định; lệ phí vay 0,5% vốn gốc.

Doanh nghiệp nên lựa chọn phương án nào ?

Bài 168

Một doanh nghiệp cần vay khoản vốn 5 tỷ đồng trong năm năm, lãi suất 9% /năm, lệ phí vay 0,4% vốn gốc. Ngân hàng đề nghị hai phương án hoàn trả:

- Phương án một : Trả dần định kỳ bằng kỳ khoản cố định.
- Phương án hai : Trả dần định kỳ với phần nợ gốc cố định.

Doanh nghiệp nên lựa chọn phương án nào ?

Bài 169

Một người dự định mua trả góp một xe ô tô với giá bán hiện hành 23 000 USD, thời gian trả góp trong ba năm. Có hai phương thức trả chậm như sau:

- Phương án một : Trả ngay 11 500 USD, số còn lại trả dần vào cuối mỗi quý với số nợ gốc cố định, lãi suất 2,4% /quý.
- Phương án hai : Trả ngay 11 000 USD, số còn lại trả dần vào cuối mỗi tháng với số nợ gốc cố định, lãi suất 0,8% /quý.

Yêu cầu :

a. Lập bảng hoàn trả cho hai phương thức trên?

b. Người mua nên lựa chọn phương án nào?

Bài 170

Một tài sản cho thuê theo lãi suất thuê là 16% /năm, thời gian thuê mười năm. Ước tính giá trị của tài sản sau mười năm thuê là 50 triệu đồng.

Hãy lập bảng thuê mua tài sản.

Biết rằng :

- Tiền thuê trả cuối năm bằng nhau với kỳ khoản cố định.
- Kỳ trả đầu tiên là một năm sau khi thuê.

Bài 171

Hãy lập bảng thuê mua tài sản trong bài tập 170

Biết rằng :

- Tiền thuê trả cuối năm với nợ gốc bằng nhau
- Kỳ trả đầu tiên là một năm sau khi thuê.

Bài 172

Một tài sản cho thuê theo lãi suất thuê là 16% /năm, thời

gian thuê mười năm. Ước tính giá trị của tài sản sau mười năm thuê là 100 triệu đồng.

Hãy lập bảng thuê mua tài sản.

Biết rằng :

- Tiền thuê trả đầu năm bằng nhau.
- Kỳ trả đầu tiên là 20 triệu đồng.

Bài 173

Hãy lập bảng thuê mua tài sản trong bài tập 172

Biết rằng :

- Tiền thuê trả đầu năm với nợ gốc bằng nhau
- Kỳ trả đầu tiên là 20 triệu đồng.

Bài 174

Một số nợ 100 triệu đồng, lãi suất 2% /tháng được hoàn trả bằng hai mươi kỳ trả cuối tháng đồng mệnh giá sau khi nhận xong kỳ trả thứ tám, chủ nợ nhượng lại trái khoản cho người khác theo lãi suất định giá 3,5% /tháng.

Yêu cầu: Cho biết giá mua bán trái khoản.

Bài 175

Trái khoản 100 triệu đồng, lãi suất 3% /tháng, hoàn trả nợ gốc một lần sau hai mươi tháng. Tính trị giá trái khoản sau khi trả xong tiền lãi thứ tám theo lãi suất định giá 5% /tháng.

Bài 176

Trái khoản 500 triệu, lãi suất 15% /năm hạn kỳ mười năm, trả góp cuối năm, với khấu hao nợ vay mỗi năm bằng nhau theo lãi suất định giá 20%/năm cho biết giá mua bán trái khoản sau khoản thanh toán thứ sáu.

BẢNG TÍNH TÀI CHÍNH SỐ 1 : $(1 + r)^n$

	1%	2%	3%	4%	5%	6%	7%	8%	9%	10%	11%	12%	13%	14%
1	1.0100	1.0200	1.0300	1.0400	1.0500	1.0600	1.0700	1.0800	1.0900	1.1000	1.1100	1.1200	1.1300	1.1400
2	1.0201	1.0404	1.0609	1.0816	1.1025	1.1236	1.1449	1.1664	1.1881	1.2100	1.2321	1.2544	1.2769	1.2996
3	1.0303	1.0612	1.0927	1.1249	1.1576	1.1910	1.2250	1.2597	1.2950	1.3310	1.3676	1.4049	1.4429	1.4815
4	1.0406	1.0824	1.1255	1.1699	1.2155	1.2625	1.3108	1.3605	1.4116	1.4641	1.5181	1.5735	1.6305	1.6890
5	1.0510	1.1041	1.1593	1.2167	1.2763	1.3382	1.4026	1.4693	1.5386	1.6105	1.6851	1.7623	1.8424	1.9254
6	1.0615	1.1262	1.1941	1.2653	1.3401	1.4185	1.5007	1.5869	1.6771	1.7716	1.8704	1.9738	2.0820	2.1950
7	1.0721	1.1487	1.2299	1.3159	1.4071	1.5036	1.6058	1.7138	1.8280	1.9487	2.0762	2.2107	2.3526	2.5023
8	1.0829	1.1717	1.2668	1.3686	1.4775	1.5938	1.7182	1.8509	1.9926	2.1436	2.3045	2.4760	2.6584	2.8526
9	1.0937	1.1951	1.3048	1.4233	1.5513	1.6895	1.8385	1.9990	2.1719	2.3579	2.5580	2.7731	3.0040	3.2519
10	1.1046	1.2190	1.3439	1.4802	1.6289	1.7908	1.9672	2.1589	2.3674	2.5937	2.8394	3.1058	3.3946	3.7072
11	1.1157	1.2434	1.3842	1.5395	1.7103	1.8983	2.1049	2.3316	2.5804	2.8531	3.1518	3.4785	3.8359	4.2262
12	1.1268	1.2682	1.4258	1.6010	1.7959	2.0122	2.2522	2.5182	2.8127	3.1384	3.4985	3.8960	4.3345	4.8179
13	1.1381	1.2936	1.4685	1.6651	1.8856	2.1329	2.4098	2.7196	3.0658	3.4523	3.8833	4.3635	4.8980	5.4924
14	1.1495	1.3195	1.5126	1.7317	1.9799	2.2609	2.5785	2.9372	3.3417	3.7975	4.3104	4.8871	5.5348	6.2613
15	1.1610	1.3459	1.5580	1.8009	2.0789	2.3966	2.7590	3.1722	3.6425	4.1772	4.7846	5.4736	6.2543	7.1379
16	1.1726	1.3728	1.6047	1.8730	2.1829	2.5404	2.9522	3.4259	3.9703	4.5950	5.3109	6.1304	7.0673	8.1372
17	1.1843	1.4002	1.6528	1.9479	2.2920	2.6928	3.1588	3.7000	4.3276	5.0545	5.8951	6.8660	7.9861	9.2765
18	1.1961	1.4282	1.7024	2.0258	2.4066	2.8543	3.3799	3.9960	4.7171	5.5599	6.5436	7.6900	9.0243	10.5752
19	1.2081	1.4568	1.7535	2.1068	2.5270	3.0256	3.6165	4.3157	5.1417	6.1159	7.2633	8.6128	10.1974	12.0557
20	1.2202	1.4859	1.8061	2.1911	2.6533	3.2071	3.8697	4.6610	5.6044	6.7275	8.0623	9.6463	11.5231	13.7435
21	1.2324	1.5157	1.8603	2.2788	2.7860	3.3996	4.1406	5.0338	6.1088	7.4002	8.9492	10.8038	13.0211	15.6676
22	1.2447	1.5460	1.9161	2.3699	2.9253	3.6035	4.4304	5.4365	6.6586	8.1403	9.9336	12.1003	14.7138	17.8610
23	1.2572	1.5769	1.9736	2.4647	3.0715	3.8197	4.7405	5.8715	7.2579	8.9543	11.0263	13.5523	16.6266	20.3616
24	1.2697	1.6084	2.0328	2.5633	3.2251	4.0489	5.0724	6.3412	7.9111	9.8497	12.2392	15.1786	18.7881	23.2122
25	1.2824	1.6406	2.0938	2.6658	3.3864	4.2919	5.4274	6.8485	8.6231	10.8347	13.5855	17.0001	21.2305	26.4619
26	1.2953	1.6734	2.1566	2.7725	3.5557	4.5494	5.8074	7.3964	9.3992	11.9182	15.0799	19.0401	23.9905	30.1666
27	1.3082	1.7069	2.2213	2.8834	3.7335	4.8223	6.2139	7.9881	10.2451	13.1100	16.7386	21.3249	27.1093	34.3899
28	1.3213	1.7410	2.2879	2.9987	3.9201	5.1117	6.6488	8.6271	11.1671	14.4210	18.5799	23.8839	30.6335	39.2045
29	1.3345	1.7758	2.3566	3.1187	4.1161	5.4184	7.1143	9.3173	12.1722	15.8631	20.6237	26.7499	34.6158	44.6931
30	1.3478	1.8114	2.4273	3.2434	4.3219	5.7435	7.6123	10.0627	13.2677	17.4494	22.8923	29.9599	39.1159	50.9502
31	1.3613	1.8476	2.5001	3.3731	4.5380	6.0881	8.1451	10.8677	14.4618	19.1943	25.4104	33.5551	44.2010	58.0832
32	1.3749	1.8845	2.5751	3.5081	4.7649	6.4534	8.7153	11.7371	15.7633	21.1138	28.2056	37.5817	49.9471	66.2148
33	1.3887	1.9222	2.6523	3.6484	5.0032	6.8406	9.3253	12.6760	17.1820	23.2252	31.3082	42.0915	56.4402	75.4849

BẢNG TÍNH TÀI CHÍNH SỐ 1 : $(1 + r)^n$

	1%	2%	3%	4%	5%	6%	7%	8%	9%	10%	11%	12%	13%	14%
34	1.4026	1.9607	2.7319	3.7943	5.2533	7.2510	9.9781	13.6901	18.7284	25.5477	34.7521	47.1425	63.7774	86.0528
35	1.4166	1.9999	2.8139	3.9461	5.5160	7.6861	10.6766	14.7853	20.4140	28.1024	38.5749	52.7996	72.0685	98.1002
36	1.4308	2.0399	2.8983	4.1039	5.7918	8.1473	11.4239	15.9682	22.2512	30.9127	42.8181	59.1356	81.4374	111.8342
37	1.4451	2.0807	2.9852	4.2681	6.0814	8.6361	12.2236	17.2456	24.2538	34.0039	47.5281	66.2318	92.0243	127.4910
38	1.4595	2.1223	3.0748	4.4388	6.3855	9.1543	13.0793	18.6253	26.4367	37.4043	52.7562	74.1797	103.9874	145.3397
39	1.4741	2.1647	3.1670	4.6164	6.7048	9.7035	13.9948	20.1153	28.8160	41.1448	58.5593	83.0812	117.5058	165.6873
40	1.4889	2.2080	3.2620	4.8010	7.0400	10.2857	14.9745	21.7245	31.4094	45.2593	65.0009	93.0510	132.7816	188.8835
41	1.5038	2.2522	3.3599	4.9931	7.3920	10.9029	16.0227	23.4625	34.2363	49.7852	72.1510	104.2171	150.0432	215.3272
42	1.5188	2.2972	3.4607	5.1928	7.7616	11.5570	17.1443	25.3395	37.3175	54.7637	80.0876	116.7231	169.5488	245.4730
43	1.5340	2.3432	3.5645	5.4005	8.1497	12.2505	18.3444	27.3666	40.6761	60.2401	88.8972	130.7299	191.5901	279.8392
44	1.5493	2.3901	3.6715	5.6165	8.5572	12.9855	19.6285	29.5560	44.3370	66.2641	98.6759	146.4175	216.4968	319.0167
45	1.5648	2.4379	3.7816	5.8412	8.9850	13.7646	21.0025	31.9204	48.3273	72.8905	109.5302	163.9876	244.6414	363.6791
46	1.5805	2.4866	3.8950	6.0748	9.4343	14.5905	22.4726	34.4741	52.6767	80.1795	121.5786	183.6661	276.4448	414.5941
47	1.5963	2.5363	4.0119	6.3178	9.9060	15.4659	24.0457	37.2320	57.4176	88.1975	134.9522	205.7061	312.3826	472.6373
48	1.6122	2.5871	4.1323	6.5705	10.4013	16.3939	25.7289	40.2106	62.5852	97.0172	149.7970	230.3908	352.9923	538.8065
49	1.6283	2.6388	4.2562	6.8333	10.9213	17.3775	27.5299	43.4274	68.2179	106.7190	166.2746	258.0377	398.8813	614.2395
50	1.6446	2.6916	4.3839	7.1067	11.4674	18.4202	29.4570	46.9016	74.3575	117.3909	184.5648	289.0022	450.7359	700.2330

BẢNG TÍNH TÀI CHÍNH SỐ 1 : $(1 + r)^n$

	15%	16%	17%	18%	19%	20%	21%	22%	23%	24%	25%
1	1.1500	1.1600	1.1700	1.1800	1.1900	1.2000	1.2100	1.2200	1.2300	1.2400	1.2500
2	1.3225	1.3456	1.3689	1.3924	1.4161	1.4400	1.4641	1.4884	1.5129	1.5376	1.5625
3	1.5209	1.5609	1.6016	1.6430	1.6852	1.7280	1.7716	1.8158	1.8609	1.9066	1.9531
4	1.7490	1.8106	1.8739	1.9388	2.0053	2.0736	2.1436	2.2153	2.2889	2.3642	2.4414
5	2.0114	2.1003	2.1924	2.2878	2.3864	2.4883	2.5937	2.7027	2.8153	2.9316	3.0518
6	2.3131	2.4364	2.5652	2.6996	2.8398	2.9860	3.1384	3.2973	3.4628	3.6352	3.8147
7	2.6600	2.8262	3.0012	3.1855	3.3793	3.5832	3.7975	4.0227	4.2593	4.5077	4.7684
8	3.0590	3.2784	3.5115	3.7589	4.0214	4.2998	4.5950	4.9077	5.2389	5.5895	5.9605
9	3.5179	3.8030	4.1084	4.4355	4.7854	5.1598	5.5599	5.9874	6.4439	6.9310	7.4506
10	4.0456	4.4114	4.8068	5.2338	5.6947	6.1917	6.7275	7.3046	7.9259	8.5944	9.3132
11	4.6524	5.1173	5.6240	6.1759	6.7767	7.4301	8.1403	8.9117	9.7489	10.6571	11.6415
12	5.3503	5.9360	6.5801	7.2876	8.0642	8.9161	9.8497	10.8722	11.9912	13.2148	14.5519
13	6.1528	6.8858	7.6987	8.5994	9.5964	10.6993	11.9182	13.2641	14.7491	16.3863	18.1899
14	7.0757	7.9875	9.0075	10.1472	11.4198	12.8392	14.4210	16.1822	18.1414	20.3191	22.7374
15	8.1371	9.2655	10.5387	11.9737	13.5895	15.4070	17.4494	19.7423	22.3140	25.1956	28.4217
16	9.3576	10.7480	12.3303	14.1290	16.1715	18.4884	21.1138	24.0856	27.4462	31.2426	35.5271
17	10.7613	12.4677	14.4265	16.6722	19.2441	22.1861	25.5477	29.3844	33.7588	38.7408	44.4089
18	12.3755	14.4625	16.8790	19.6733	22.9005	26.6233	30.9127	35.8490	41.5233	48.0386	55.5112
19	14.2318	16.7765	19.7484	23.2144	27.2516	31.9480	37.4043	43.7358	51.0737	59.5679	69.3889
20	16.3665	19.4608	23.1056	27.3930	32.4294	38.3376	45.2593	53.3576	62.8206	73.8641	86.7362
21	18.8215	22.5745	27.0336	32.3238	38.5910	46.0051	54.7637	65.0963	77.2694	91.5915	108.4202
22	21.6447	26.1864	31.6293	38.1421	45.9233	55.2061	66.2641	79.4175	95.0413	113.5735	135.5253
23	24.8915	30.3762	37.0062	45.0076	54.6487	66.2474	80.1795	96.8894	116.9008	140.8312	169.4066
24	28.6252	35.2364	43.2973	53.1090	65.0320	79.4968	97.0172	118.2050	143.7880	174.6306	211.7582
25	32.9190	40.8742	50.6578	62.6686	77.3881	95.3962	117.3909	144.2101	176.8593	216.5420	264.6978
26	37.8568	47.4141	59.2697	73.9490	92.0918	114.4755	142.0429	175.9364	217.5369	268.5121	330.8722
27	43.5353	55.0004	69.3455	87.2598	109.5893	137.3706	171.8719	214.6424	267.5704	332.9550	413.5903
28	50.0656	63.8004	81.1342	102.9666	130.4112	164.8447	207.9651	261.8637	329.1115	412.8642	516.9879
29	57.5755	74.0085	94.9271	121.5005	155.1893	197.8136	251.6377	319.4737	404.8072	511.9516	646.2349
30	66.2118	85.8499	111.0647	143.3706	184.6753	237.3763	304.4816	389.7579	497.9129	634.8199	807.7936
31	76.1435	99.5859	129.9456	169.1774	219.7636	284.8516	368.4228	475.5046	612.4328	787.1767	1,009.7420
32	87.5651	115.5196	152.0364	199.6293	261.5187	341.8219	445.7916	580.1156	753.2924	976.0991	1,262.1774
3	100.6998	134.0027	177.8826	235.5625	311.2073	410.1863	539.4078	707.7411	926.5496	1,210.3629	1,577.7218

BẢNG TÍNH TÀI CHÍNH SỐ 1 : $(1 + r)^n$

	15%	16%	17%	18%	19%	20%	21%	22%	23%	24%	25%
34	115.8048	155.4432	208.1226	277.9638	370.3366	492.2235	652.6834	863.4441	1,139.6560	1,500.8500	1,972.1523
35	133.1755	180.3141	243.5035	327.9973	440.7006	590.6682	789.7470	1,053.4018	1,401.7769	1,861.0540	2,465.1903
36	153.1519	209.1643	284.8991	387.0368	524.4337	708.8019	955.5938	1,285.1502	1,724.1856	2,307.7070	3,081.4879
37	176.1246	242.6306	333.3319	456.7034	624.0761	850.5622	1,156.2685	1,567.8833	2,120.7483	2,861.5567	3,851.8599
38	202.5433	281.4515	389.9983	538.9100	742.6506	1,020.6747	1,399.0849	1,912.8176	2,608.5204	3,548.3303	4,814.8249
39	232.9248	326.4838	456.2980	635.9139	883.7542	1,224.8096	1,692.8927	2,333.6375	3,208.4801	4,399.9295	6,018.5311
40	267.8635	378.7212	533.8687	750.3783	1,051.6675	1,469.7716	2,048.4002	2,847.0378	3,946.4305	5,455.9126	7,523.1638
41	308.0431	439.3165	624.6264	885.4464	1,251.4843	1,763.7259	2,478.5643	3,473.3861	4,854.1095	6,765.3317	9,403.9548
42	354.2495	509.6072	730.8129	1,044.8268	1,489.2664	2,116.4711	2,999.0628	4,237.5310	5,970.5547	8,389.0113	11,754.9435
43	407.3870	591.1443	855.0511	1,232.8956	1,772.2270	2,539.7653	3,628.8659	5,169.7878	7,343.7823	10,402.3740	14,693.6794
44	468.4950	685.7274	1,000.4098	1,454.8168	2,108.9501	3,047.7183	4,390.9278	6,307.1411	9,032.8522	12,898.9437	18,367.0992
45	538.7693	795.4438	1,170.4794	1,716.6839	2,509.6506	3,657.2620	5,313.0226	7,694.7122	11,110.4082	15,994.6902	22,958.8740
46	619.5847	922.7148	1,369.4609	2,025.6870	2,986.4842	4,388.7144	6,428.7574	9,387.5489	13,665.8021	19,833.4158	28,698.5925
47	712.5224	1,070.3492	1,602.2693	2,390.3106	3,553.9162	5,266.4573	7,778.7964	11,452.8096	16,808.9365	24,593.4356	35,873.2407
48	819.4007	1,241.6051	1,874.6550	2,820.5665	4,229.1603	6,319.7487	9,412.3437	13,972.4277	20,674.9919	30,495.8602	44,841.5509
49	942.3108	1,440.2619	2,193.3464	3,328.2685	5,032.7008	7,583.6985	11,388.9358	17,046.3618	25,430.2401	37,814.8666	56,051.9386
50	1,083.6574	1,670.7038	2,566.2153	3,927.3569	5,988.9139	9,100.4382	13,780.6123	20,796.5615	31,279.1953	46,890.4346	70,064.9232

BẢNG TÍNH TÀI CHÍNH SỐ 2 : $(1 + r)^{-n}$

	1%	2%	3%	4%	5%	6%	7%	8%	9%	10%	11%	12%	13%	14%
1	0.9901	0.9804	0.9709	0.9615	0.9524	0.9434	0.9346	0.9259	0.9174	0.9091	0.9009	0.8929	0.8850	0.8772
2	0.9803	0.9612	0.9426	0.9246	0.9070	0.8900	0.8734	0.8573	0.8417	0.8264	0.8116	0.7972	0.7831	0.7695
3	0.9706	0.9423	0.9151	0.8890	0.8638	0.8396	0.8163	0.7938	0.7722	0.7513	0.7312	0.7118	0.6931	0.6750
4	0.9610	0.9238	0.8885	0.8548	0.8227	0.7921	0.7629	0.7350	0.7084	0.6830	0.6587	0.6355	0.6133	0.5921
5	0.9515	0.9057	0.8626	0.8219	0.7835	0.7473	0.7130	0.6806	0.6499	0.6209	0.5935	0.5674	0.5428	0.5194
6	0.9420	0.8880	0.8375	0.7903	0.7462	0.7050	0.6663	0.6302	0.5963	0.5645	0.5346	0.5066	0.4803	0.4556
7	0.9327	0.8706	0.8131	0.7599	0.7107	0.6651	0.6227	0.5835	0.5470	0.5132	0.4817	0.4523	0.4251	0.3996
8	0.9235	0.8535	0.7894	0.7307	0.6768	0.6274	0.5820	0.5403	0.5019	0.4665	0.4339	0.4039	0.3762	0.3506
9	0.9143	0.8368	0.7664	0.7026	0.6446	0.5919	0.5439	0.5002	0.4604	0.4241	0.3909	0.3606	0.3329	0.3075
10	0.9053	0.8203	0.7441	0.6756	0.6139	0.5584	0.5083	0.4632	0.4224	0.3855	0.3522	0.3220	0.2946	0.2697
11	0.8963	0.8043	0.7224	0.6496	0.5847	0.5268	0.4751	0.4289	0.3875	0.3505	0.3173	0.2875	0.2607	0.2366
12	0.8874	0.7885	0.7014	0.6246	0.5568	0.4970	0.4440	0.3971	0.3555	0.3186	0.2858	0.2567	0.2307	0.2076
13	0.8787	0.7730	0.6810	0.6006	0.5303	0.4688	0.4150	0.3677	0.3262	0.2897	0.2575	0.2292	0.2042	0.1821
14	0.8700	0.7579	0.6611	0.5775	0.5051	0.4423	0.3878	0.3405	0.2992	0.2633	0.2320	0.2046	0.1807	0.1597
15	0.8613	0.7430	0.6419	0.5553	0.4810	0.4173	0.3624	0.3152	0.2745	0.2394	0.2090	0.1827	0.1599	0.1401
16	0.8528	0.7284	0.6232	0.5339	0.4581	0.3936	0.3387	0.2919	0.2519	0.2176	0.1883	0.1631	0.1415	0.1229
17	0.8444	0.7142	0.6050	0.5134	0.4363	0.3714	0.3166	0.2703	0.2311	0.1978	0.1696	0.1456	0.1252	0.1078
18	0.8360	0.7002	0.5874	0.4936	0.4155	0.3503	0.2959	0.2502	0.2120	0.1799	0.1528	0.1300	0.1108	0.0946
19	0.8277	0.6864	0.5703	0.4746	0.3957	0.3305	0.2765	0.2317	0.1945	0.1635	0.1377	0.1161	0.0981	0.0829
20	0.8195	0.6730	0.5537	0.4564	0.3769	0.3118	0.2584	0.2145	0.1784	0.1486	0.1240	0.1037	0.0868	0.0728
21	0.8114	0.6598	0.5375	0.4388	0.3589	0.2942	0.2415	0.1987	0.1637	0.1351	0.1117	0.0926	0.0768	0.0638
22	0.8034	0.6468	0.5219	0.4220	0.3418	0.2775	0.2257	0.1839	0.1502	0.1228	0.1007	0.0826	0.0680	0.0560
23	0.7954	0.6342	0.5067	0.4057	0.3256	0.2618	0.2109	0.1703	0.1378	0.1117	0.0907	0.0738	0.0601	0.0491
24	0.7876	0.6217	0.4919	0.3901	0.3101	0.2470	0.1971	0.1577	0.1264	0.1015	0.0817	0.0659	0.0532	0.0431
25	0.7798	0.6095	0.4776	0.3751	0.2953	0.2330	0.1842	0.1460	0.1160	0.0923	0.0736	0.0588	0.0471	0.0378
26	0.7720	0.5976	0.4637	0.3607	0.2812	0.2198	0.1722	0.1352	0.1064	0.0839	0.0663	0.0525	0.0417	0.0331
27	0.7644	0.5859	0.4502	0.3468	0.2678	0.2074	0.1609	0.1252	0.0976	0.0763	0.0597	0.0469	0.0369	0.0291
28	0.7568	0.5744	0.4371	0.3335	0.2551	0.1956	0.1504	0.1159	0.0895	0.0693	0.0538	0.0419	0.0326	0.0255
29	0.7493	0.5631	0.4243	0.3207	0.2429	0.1846	0.1406	0.1073	0.0822	0.0630	0.0485	0.0374	0.0289	0.0224
30	0.7419	0.5521	0.4120	0.3083	0.2314	0.1741	0.1314	0.0994	0.0754	0.0573	0.0437	0.0334	0.0256	0.0196

BẢNG TÍNH TÀI CHÍNH SỐ 2 : $(1 + r)^{-n}$

	1%	2%	3%	4%	5%	6%	7%	8%	9%	10%	11%	12%	13%	14%
31	0.7346	0.5412	0.4000	0.2965	0.2204	0.1643	0.1228	0.0920	0.0691	0.0521	0.0394	0.0298	0.0226	0.0172
32	0.7273	0.5306	0.3883	0.2851	0.2099	0.1550	0.1147	0.0852	0.0634	0.0474	0.0355	0.0266	0.0200	0.0151
33	0.7201	0.5202	0.3770	0.2741	0.1999	0.1462	0.1072	0.0789	0.0582	0.0431	0.0319	0.0238	0.0177	0.0132
34	0.7130	0.5100	0.3660	0.2636	0.1904	0.1379	0.1002	0.0730	0.0534	0.0391	0.0288	0.0212	0.0157	0.0116
35	0.7059	0.5000	0.3554	0.2534	0.1813	0.1301	0.0937	0.0676	0.0490	0.0356	0.0259	0.0189	0.0139	0.0102
36	0.6989	0.4902	0.3450	0.2437	0.1727	0.1227	0.0875	0.0626	0.0449	0.0323	0.0234	0.0169	0.0123	0.0089
37	0.6920	0.4806	0.3350	0.2343	0.1644	0.1158	0.0818	0.0580	0.0412	0.0294	0.0210	0.0151	0.0109	0.0078
38	0.6852	0.4712	0.3252	0.2253	0.1566	0.1092	0.0765	0.0537	0.0378	0.0267	0.0190	0.0135	0.0096	0.0069
39	0.6784	0.4619	0.3158	0.2166	0.1491	0.1031	0.0715	0.0497	0.0347	0.0243	0.0171	0.0120	0.0085	0.0060
40	0.6717	0.4529	0.3066	0.2083	0.1420	0.0972	0.0668	0.0460	0.0318	0.0221	0.0154	0.0107	0.0075	0.0053
41	0.6650	0.4440	0.2976	0.2003	0.1353	0.0917	0.0624	0.0426	0.0292	0.0201	0.0139	0.0096	0.0067	0.0046
42	0.6584	0.4353	0.2890	0.1926	0.1288	0.0865	0.0583	0.0395	0.0268	0.0183	0.0125	0.0086	0.0059	0.0041
43	0.6519	0.4268	0.2805	0.1852	0.1227	0.0816	0.0545	0.0365	0.0246	0.0166	0.0112	0.0076	0.0052	0.0036
44	0.6454	0.4184	0.2724	0.1780	0.1169	0.0770	0.0509	0.0338	0.0226	0.0151	0.0101	0.0068	0.0046	0.0031
45	0.6391	0.4102	0.2644	0.1712	0.1113	0.0727	0.0476	0.0313	0.0207	0.0137	0.0091	0.0061	0.0041	0.0027
46	0.6327	0.4022	0.2567	0.1646	0.1060	0.0685	0.0445	0.0290	0.0190	0.0125	0.0082	0.0054	0.0036	0.0024
47	0.6265	0.3943	0.2493	0.1583	0.1009	0.0647	0.0416	0.0269	0.0174	0.0113	0.0074	0.0049	0.0032	0.0021
48	0.6203	0.3865	0.2420	0.1522	0.0961	0.0610	0.0389	0.0249	0.0160	0.0103	0.0067	0.0043	0.0028	0.0019
49	0.6141	0.3790	0.2350	0.1463	0.0916	0.0575	0.0363	0.0230	0.0147	0.0094	0.0060	0.0039	0.0025	0.0016
50	0.6080	0.3715	0.2281	0.1407	0.0872	0.0543	0.0339	0.0213	0.0134	0.0085	0.0054	0.0035	0.0022	0.0014

BẢNG TÍNH TÀI CHÍNH SỐ 2 : $(1 + r)^{-n}$

	15%	16%	17%	18%	19%	20%	21%	22%	23%	24%	25%
1	0.8696	0.8621	0.8547	0.8475	0.8403	0.8333	0.8264	0.8197	0.8130	0.8065	0.8000
2	0.7561	0.7432	0.7305	0.7182	0.7062	0.6944	0.6830	0.6719	0.6610	0.6504	0.6400
3	0.6575	0.6407	0.6244	0.6086	0.5934	0.5787	0.5645	0.5507	0.5374	0.5245	0.5120
4	0.5718	0.5523	0.5337	0.5158	0.4987	0.4823	0.4665	0.4514	0.4369	0.4230	0.4096
5	0.4972	0.4761	0.4561	0.4371	0.4190	0.4019	0.3855	0.3700	0.3552	0.3411	0.3277
6	0.4323	0.4104	0.3898	0.3704	0.3521	0.3349	0.3186	0.3033	0.2888	0.2751	0.2621
7	0.3759	0.3538	0.3332	0.3139	0.2959	0.2791	0.2633	0.2486	0.2348	0.2218	0.2097
8	0.3269	0.3050	0.2848	0.2660	0.2487	0.2326	0.2176	0.2038	0.1909	0.1789	0.1678
9	0.2843	0.2630	0.2434	0.2255	0.2090	0.1938	0.1799	0.1670	0.1552	0.1443	0.1342
10	0.2472	0.2267	0.2080	0.1911	0.1756	0.1615	0.1486	0.1369	0.1262	0.1164	0.1074
11	0.2149	0.1954	0.1778	0.1619	0.1476	0.1346	0.1228	0.1122	0.1026	0.0938	0.0859
12	0.1869	0.1685	0.1520	0.1372	0.1240	0.1122	0.1015	0.0920	0.0834	0.0757	0.0687
13	0.1625	0.1452	0.1299	0.1163	0.1042	0.0935	0.0839	0.0754	0.0678	0.0610	0.0550
14	0.1413	0.1252	0.1110	0.0985	0.0876	0.0779	0.0693	0.0618	0.0551	0.0492	0.0440
15	0.1229	0.1079	0.0949	0.0835	0.0736	0.0649	0.0573	0.0507	0.0448	0.0397	0.0352
16	0.1069	0.0930	0.0811	0.0708	0.0618	0.0541	0.0474	0.0415	0.0364	0.0320	0.0281
17	0.0929	0.0802	0.0693	0.0600	0.0520	0.0451	0.0391	0.0340	0.0296	0.0258	0.0225
18	0.0808	0.0691	0.0592	0.0508	0.0437	0.0376	0.0323	0.0279	0.0241	0.0208	0.0180
19	0.0703	0.0596	0.0506	0.0431	0.0367	0.0313	0.0267	0.0229	0.0196	0.0168	0.0144
20	0.0611	0.0514	0.0433	0.0365	0.0308	0.0261	0.0221	0.0187	0.0159	0.0135	0.0115
21	0.0531	0.0443	0.0370	0.0309	0.0259	0.0217	0.0183	0.0154	0.0129	0.0109	0.0092
22	0.0462	0.0382	0.0316	0.0262	0.0218	0.0181	0.0151	0.0126	0.0105	0.0088	0.0074
23	0.0402	0.0329	0.0270	0.0222	0.0183	0.0151	0.0125	0.0103	0.0086	0.0071	0.0059
24	0.0349	0.0284	0.0231	0.0188	0.0154	0.0126	0.0103	0.0085	0.0070	0.0057	0.0047
25	0.0304	0.0245	0.0197	0.0160	0.0129	0.0105	0.0085	0.0069	0.0057	0.0046	0.0038
26	0.0264	0.0211	0.0169	0.0135	0.0109	0.0087	0.0070	0.0057	0.0046	0.0037	0.0030
27	0.0230	0.0182	0.0144	0.0115	0.0091	0.0073	0.0058	0.0047	0.0037	0.0030	0.0024
28	0.0200	0.0157	0.0123	0.0097	0.0077	0.0061	0.0048	0.0038	0.0030	0.0024	0.0019
29	0.0174	0.0135	0.0105	0.0082	0.0064	0.0051	0.0040	0.0031	0.0025	0.0020	0.0015
30	0.0151	0.0116	0.0090	0.0070	0.0054	0.0042	0.0033	0.0026	0.0020	0.0016	0.0012

BẢNG TÍNH TÀI CHÍNH SỐ 2 : $(1 + r)^{-n}$

	15%	16%	17%	18%	19%	20%	21%	22%	23%	24%	25%
31	0.0131	0.0100	0.0077	0.0059	0.0046	0.0035	0.0027	0.0021	0.0016	0.0013	0.0010
32	0.0114	0.0087	0.0066	0.0050	0.0038	0.0029	0.0022	0.0017	0.0013	0.0010	0.0008
33	0.0099	0.0075	0.0056	0.0042	0.0032	0.0024	0.0019	0.0014	0.0011	0.0008	0.0006
34	0.0086	0.0064	0.0048	0.0036	0.0027	0.0020	0.0015	0.0012	0.0009	0.0007	0.0005
35	0.0075	0.0055	0.0041	0.0030	0.0023	0.0017	0.0013	0.0009	0.0007	0.0005	0.0004
36	0.0065	0.0048	0.0035	0.0026	0.0019	0.0014	0.0010	0.0008	0.0006	0.0004	0.0003
37	0.0057	0.0041	0.0030	0.0022	0.0016	0.0012	0.0009	0.0006	0.0005	0.0003	0.0003
38	0.0049	0.0036	0.0026	0.0019	0.0013	0.0010	0.0007	0.0005	0.0004	0.0003	0.0002
39	0.0043	0.0031	0.0022	0.0016	0.0011	0.0008	0.0006	0.0004	0.0003	0.0002	0.0002
40	0.0037	0.0026	0.0019	0.0013	0.0010	0.0007	0.0005	0.0004	0.0003	0.0002	0.0001
41	0.0032	0.0023	0.0016	0.0011	0.0008	0.0006	0.0004	0.0003	0.0002	0.0001	0.0001
42	0.0028	0.0020	0.0014	0.0010	0.0007	0.0005	0.0003	0.0002	0.0002	0.0001	0.0001
43	0.0025	0.0017	0.0012	0.0008	0.0006	0.0004	0.0003	0.0002	0.0001	0.0001	0.0001
44	0.0021	0.0015	0.0010	0.0007	0.0005	0.0003	0.0002	0.0002	0.0001	0.0001	0.0001
45	0.0019	0.0013	0.0009	0.0006	0.0004	0.0003	0.0002	0.0001	0.0001	0.0001	0.0000
46	0.0016	0.0011	0.0007	0.0005	0.0003	0.0002	0.0002	0.0001	0.0001	0.0001	0.0000
47	0.0014	0.0009	0.0006	0.0004	0.0003	0.0002	0.0001	0.0001	0.0001	0.0000	0.0000
48	0.0012	0.0008	0.0005	0.0004	0.0002	0.0002	0.0001	0.0001	0.0000	0.0000	0.0000
49	0.0011	0.0007	0.0005	0.0003	0.0002	0.0001	0.0001	0.0001	0.0000	0.0000	0.0000
50	0.0009	0.0006	0.0004	0.0003	0.0002	0.0001	0.0001	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000

BẢNG TÍNH TÀI CHÍNH SỐ 3 : $\frac{(1+r)^n - 1}{r}$

	1%	2%	3%	4%	5%	6%	7%	8%	9%	10%	11%	12%
1	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000
2	2.0100	2.0200	2.0300	2.0400	2.0500	2.0600	2.0700	2.0800	2.0900	2.1000	2.1100	2.1200
3	3.0301	3.0604	3.0909	3.1216	3.1525	3.1836	3.2149	3.2464	3.2781	3.3100	3.3421	3.3744
4	4.0604	4.1216	4.1836	4.2465	4.3101	4.3746	4.4399	4.5061	4.5731	4.6410	4.7097	4.7793
5	5.1010	5.2040	5.3091	5.4163	5.5256	5.6371	5.7507	5.8666	5.9847	6.1051	6.2278	6.3528
6	6.1520	6.3081	6.4684	6.6330	6.8019	6.9753	7.1533	7.3359	7.5233	7.7156	7.9129	8.1152
7	7.2135	7.4343	7.6625	7.8983	8.1420	8.3938	8.6540	8.9228	9.2004	9.4872	9.7833	10.0890
8	8.2857	8.5830	8.8923	9.2142	9.5491	9.8975	10.2598	10.6366	11.0285	11.4359	11.8594	12.2997
9	9.3685	9.7546	10.1591	10.5828	11.0266	11.4913	11.9780	12.4876	13.0210	13.5795	14.1640	14.7757
10	10.4622	10.9497	11.4639	12.0061	12.5779	13.1808	13.8164	14.4866	15.1929	15.9374	16.7220	17.5487
11	11.5668	12.1687	12.8078	13.4864	14.2068	14.9716	15.7836	16.6455	17.5603	18.5312	19.5614	20.6546
12	12.6825	13.4121	14.1920	15.0258	15.9171	16.8699	17.8885	18.9771	20.1407	21.3843	22.7132	24.1331
13	13.8093	14.6803	15.6178	16.6268	17.7130	18.8821	20.1406	21.4953	22.9534	24.5227	26.2116	28.0291
14	14.9474	15.9739	17.0863	18.2919	19.5986	21.0151	22.5505	24.2149	26.0192	27.9750	30.0949	32.3926
15	16.0969	17.2934	18.5989	20.0236	21.5786	23.2760	25.1290	27.1521	29.3609	31.7725	34.4054	37.2797
16	17.2579	18.6393	20.1569	21.8245	23.6575	25.6725	27.8881	30.3243	33.0034	35.9497	39.1899	42.7533
17	18.4304	20.0121	21.7616	23.6975	25.8404	28.2129	30.8402	33.7502	36.9737	40.5447	44.5008	48.8837
18	19.6147	21.4123	23.4144	25.6454	28.1324	30.9057	33.9990	37.4502	41.3013	45.5992	50.3959	55.7497
19	20.8109	22.8406	25.1169	27.6712	30.5390	33.7600	37.3790	41.4463	46.0185	51.1591	56.9395	63.4397
20	22.0190	24.2974	26.8704	29.7781	33.0660	36.7856	40.9955	45.7620	51.1601	57.2750	64.2028	72.0524
21	23.2392	25.7833	28.6765	31.9692	35.7193	39.9927	44.8652	50.4229	56.7645	64.0025	72.2651	81.6987
22	24.4716	27.2990	30.5368	34.2480	38.5052	43.3923	49.0057	55.4568	62.8733	71.4027	81.2143	92.5026
23	25.7163	28.8450	32.4529	36.6179	41.4305	46.9958	53.4361	60.8933	69.5319	79.5430	91.1479	104.6029
24	26.9735	30.4219	34.4265	39.0826	44.5020	50.8156	58.1767	66.7648	76.7898	88.4973	102.1742	118.1552
25	28.2432	32.0303	36.4593	41.6459	47.7271	54.8645	63.2490	73.1059	84.7009	98.3471	114.4133	133.3339
26	29.5256	33.6709	38.5530	44.3117	51.1135	59.1564	68.6765	79.9544	93.3240	109.1818	127.9988	150.3339
27	30.8209	35.3443	40.7096	47.0842	54.6691	63.7058	74.4838	87.3508	102.7231	121.0999	143.0786	169.3740
28	32.1291	37.0512	42.9309	49.9676	58.4026	68.5281	80.6977	95.3388	112.9682	134.2099	159.8173	190.6989
29	33.4504	38.7922	45.2189	52.9663	62.3227	73.6398	87.3465	103.9659	124.1354	148.6309	178.3972	214.5828
30	34.7849	40.5681	47.5754	56.0849	66.4388	79.0582	94.4608	113.2832	136.3075	164.4940	199.0209	241.3327

BẢNG TÍNH TÀI CHÍNH SỐ 3 : $\frac{(1+r)^n - 1}{r}$

	1%	2%	3%	4%	5%	6%	7%	8%	9%	10%	11%	12%
31	36.1327	42.3794	50.0027	59.3283	70.7608	84.8017	102.0730	123.3459	149.5752	181.9434	221.9132	271.2926
32	37.4941	44.2270	52.5028	62.7015	75.2988	90.8898	110.2182	134.2135	164.0370	201.1378	247.3236	304.8477
33	38.8690	46.1116	55.0778	66.2095	80.0638	97.3432	118.9334	145.9506	179.8003	222.2515	275.5292	342.4294
34	40.2577	48.0338	57.7302	69.8579	85.0670	104.1838	128.2588	158.6267	196.9823	245.4767	306.8374	384.5210
35	41.6603	49.9945	60.4621	73.6522	90.3203	111.4348	138.2369	172.3168	215.7108	271.0244	341.5896	431.6635
36	43.0769	51.9944	63.2759	77.5983	95.8363	119.1209	148.9135	187.1021	236.1247	299.1268	380.1644	484.4631
37	44.5076	54.0343	66.1742	81.7022	101.6281	127.2681	160.3374	203.0703	258.3759	330.0395	422.9825	543.5987
38	45.9527	56.1149	69.1594	85.9703	107.7095	135.9042	172.5610	220.3159	282.6298	364.0434	470.5106	609.8305
39	47.4123	58.2372	72.2342	90.4091	114.0950	145.0585	185.6403	238.9412	309.0665	401.4478	523.2667	684.0102
40	48.8864	60.4020	75.4013	95.0255	120.7998	154.7620	199.6351	259.0565	337.8824	442.5926	581.8261	767.0914
41	50.3752	62.6100	78.6633	99.8265	127.8398	165.0477	214.6096	280.7810	369.2919	487.8518	646.8269	860.1424
42	51.8790	64.8622	82.0232	104.8196	135.2318	175.9505	230.6322	304.2435	403.5281	537.6370	718.9779	964.3595
43	53.3978	67.1595	85.4839	110.0124	142.9933	187.5076	247.7765	329.5830	440.8457	592.4007	799.0655	1081.0826
44	54.9318	69.5027	89.0484	115.4129	151.1430	199.7580	266.1209	356.9496	481.5218	652.6408	887.9627	1211.8125
45	56.4811	71.8927	92.7199	121.0294	159.7002	212.7435	285.7493	386.5056	525.8587	718.9048	986.6386	1358.2300
46	58.0459	74.3306	96.5015	126.8706	168.6852	226.5081	306.7518	418.4261	574.1860	791.7953	1096.1688	1522.2176
47	59.6263	76.8172	100.3965	132.9454	178.1194	241.0986	329.2244	452.9002	626.8628	871.9749	1217.7474	1705.8838
48	61.2226	79.3535	104.4084	139.2632	188.0254	256.5645	353.2701	490.1322	684.2804	960.1723	1352.6996	1911.5898
49	62.8348	81.9406	108.5406	145.8337	198.4267	272.9584	378.9990	530.3427	746.8656	1057.1896	1502.4965	2141.9806
50	64.4632	84.5794	112.7969	152.6671	209.3480	290.3359	406.5289	573.7702	815.0836	1163.9085	1668.7712	2400.0182

BẢNG TÍNH TÀI CHÍNH SỐ 3 : $\frac{(1 + r)^n - 1}{r}$

	13%	14%	15%	16%	17%	18%	19%	20%	21%	22%	23%	24%	25%
1	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000
2	2.1300	2.1400	2.1500	2.1600	2.1700	2.1800	2.1900	2.2000	2.2100	2.2200	2.2300	2.2400	2.2500
3	3.4069	3.4396	3.4725	3.5056	3.5389	3.5724	3.6061	3.6400	3.6741	3.7084	3.7429	3.7776	3.8125
4	4.8498	4.9211	4.9934	5.0665	5.1405	5.2154	5.2913	5.3680	5.4457	5.5242	5.6038	5.6842	5.7656
5	6.4803	6.6101	6.7424	6.8771	7.0144	7.1542	7.2966	7.4416	7.5892	7.7396	7.8926	8.0484	8.2070
6	8.3227	8.5355	8.7537	8.9775	9.2068	9.4420	9.6830	9.9299	10.1830	10.4423	10.7079	10.9801	11.2588
7	10.4047	10.7305	11.0668	11.4139	11.7720	12.1415	12.5227	12.9159	13.3214	13.7396	14.1708	14.6153	15.0735
8	12.7573	13.2328	13.7268	14.2401	14.7733	15.3270	15.9020	16.4991	17.1189	17.7623	18.4300	19.1229	19.8419
9	15.4157	16.0853	16.7858	17.5185	18.2847	19.0859	19.9234	20.7989	21.7139	22.6700	23.6690	24.7125	25.8023
10	18.4197	19.3373	20.3037	21.3215	22.3931	23.5213	24.7089	25.9587	27.2738	28.6574	30.1128	31.6434	33.2529
11	21.8143	23.0445	24.3493	25.7329	27.1999	28.7551	30.4035	32.1504	34.0013	35.9620	38.0388	40.2379	42.5661
12	25.6502	27.2707	29.0017	30.8502	32.8239	34.9311	37.1802	39.5805	42.1416	44.8737	47.7877	50.8950	54.2077
13	29.9847	32.0887	34.3519	36.7862	39.4040	42.2187	45.2445	48.4966	51.9913	55.7459	59.7788	64.1097	68.7596
14	34.8827	37.5811	40.5047	43.6720	47.1027	50.8180	54.8409	59.1959	63.9095	69.0100	74.5280	80.4961	86.9495
15	40.4175	43.8424	47.5804	51.6595	56.1101	60.9653	66.2607	72.0351	78.3305	85.1922	92.6694	100.8151	109.6868
16	46.6717	50.9804	55.7175	60.9250	66.6488	72.9390	79.8502	87.4421	95.7799	104.9345	114.9834	126.0108	138.1085
17	53.7391	59.1176	65.0751	71.6730	78.9792	87.0680	96.0218	105.9306	116.8937	129.0201	142.4295	157.2534	173.6357
18	61.7251	68.3941	75.8364	84.1407	93.4056	103.7403	115.2659	128.1167	142.4413	158.4045	176.1883	195.9942	218.0446
19	70.7494	78.9692	88.2118	98.6032	110.2846	123.4135	138.1664	154.7400	173.3540	194.2535	217.7116	244.0328	273.5558
20	80.9468	91.0249	102.4436	115.3797	130.0329	146.6280	165.4180	186.6880	210.7584	237.9893	268.7853	303.6006	342.9447
21	92.4699	104.7684	118.8101	134.8405	153.1385	174.0210	197.8474	225.0256	256.0176	291.3469	331.6059	377.4648	429.6809
22	105.4910	120.4360	137.6316	157.4150	180.1721	206.3448	236.4385	271.0307	310.7813	356.4432	408.8753	469.0563	538.1011
23	120.2048	138.2970	159.2764	183.6014	211.8013	244.4868	282.3618	326.2369	377.0454	435.8607	503.9166	582.6298	673.6264
24	136.8315	158.6586	184.1678	213.9776	248.8076	289.4945	337.0105	392.4842	457.2249	532.7501	620.8174	723.4610	843.0329
25	155.6196	181.8708	212.7930	249.2140	292.1049	342.6035	402.0425	471.9811	554.2422	650.9551	764.6054	898.0916	1054.7912
26	176.8501	208.3327	245.7120	290.0883	342.7627	405.2721	479.4306	567.3773	671.6330	795.1653	941.4647	1114.6336	1319.4890
27	200.8406	238.4993	283.5688	337.5024	402.0323	479.2211	571.5224	681.8528	813.6759	971.1016	1159.0016	1383.1457	1650.3612
28	227.9499	272.8892	327.1041	392.5028	471.3778	566.4809	681.1116	819.2233	985.5479	1185.7440	1426.5719	1716.1007	2063.9515
29	258.5834	312.0937	377.1697	456.3032	552.5121	669.4475	811.5228	984.0680	1193.5129	1447.6077	1755.6835	2128.9648	2580.9394
	293.1992	356.7868	434.7451	530.3117	647.4391	790.9480	966.7122	1181.8816	1445.1507	1767.0813	2160.4907	2640.9164	3227.1743

BẢNG TÍNH TÀI CHÍNH SỐ 3 : $\frac{(1 + r)^n - 1}{r}$

	13%	14%	15%	16%	17%	18%	19%	20%	21%	22%	23%	24%	25%
31	332.3151	407.7370	500.9569	616.1616	758.5038	934.3186	1151.3875	1419.2579	1749.6323	2156.8392	2658.4036	3275.7363	4034.9678
32	376.5161	465.8202	577.1005	715.7475	888.4494	1103.4960	1371.1511	1704.1095	2118.0551	2632.3439	3270.8364	4062.9130	5044.7098
33	426.4632	532.0350	664.6655	831.2671	1040.4858	1303.1253	1632.6698	2045.9314	2563.8467	3212.4595	4024.1287	5039.0122	6306.8872
34	482.9034	607.5199	765.3654	965.2698	1218.3684	1538.6878	1943.8771	2456.1176	3103.2545	3920.2006	4950.6783	6249.3751	7884.6091
35	546.6808	693.5727	881.1702	1120.7130	1426.4910	1816.6516	2314.2137	2948.3411	3755.9379	4783.6447	6090.3344	7750.2251	9856.7613
36	618.7493	791.6729	1014.3457	1301.0270	1669.9945	2144.6489	2754.9143	3539.0094	4545.6848	5837.0466	7492.1113	9611.2791	12321.9516
37	700.1867	903.5071	1167.4975	1510.1914	1954.8936	2531.6857	3279.3481	4247.8112	5501.2787	7122.1968	9216.2969	11918.9861	15403.4396
38	792.2110	1030.9981	1343.6222	1752.8220	2288.2255	2988.3891	3903.4242	5098.3735	6657.5472	8690.0801	11337.0451	14780.5428	19255.2994
39	896.1984	1176.3378	1546.1655	2034.2735	2678.2238	3527.2992	4646.0748	6119.0482	8056.6321	10602.8978	13945.5655	18328.8731	24070.1243
40	1013.7042	1342.0251	1779.0903	2360.7572	3134.5218	4163.2130	5529.8290	7343.8578	9749.5248	12936.5353	17154.0456	22728.8026	30088.6554
41	1146.4858	1530.9086	2046.9539	2739.4784	3668.3906	4913.5914	6581.4965	8813.6294	11797.9250	15783.5730	21100.4761	28184.7152	37611.8192
42	1296.5289	1746.2358	2354.9969	3178.7949	4293.0169	5799.0378	7832.9808	10577.3553	14276.4893	19256.9591	25954.5856	34950.0469	47015.7740
43	1466.0777	1991.7088	2709.2465	3688.4021	5023.8298	6843.8646	9322.2472	12693.8263	17275.5521	23494.4901	31925.1403	43339.0581	58770.7175
44	1657.6678	2271.5481	3116.6334	4279.5465	5878.8809	8076.7603	11094.4741	15233.5916	20904.4180	28664.2779	39268.9225	53741.4321	73464.3969
45	1874.1646	2590.5648	3585.1285	4965.2739	6879.2907	9531.5771	13203.4242	18281.3099	25295.3458	34971.4191	48301.7747	66640.3758	91831.4962
46	2118.8060	2954.2439	4123.8977	5760.7177	8049.7701	11248.2610	15713.0748	21938.5719	30608.3684	42666.1312	59412.1829	82635.0660	114790.3702
47	2395.2508	3368.8380	4743.4824	6683.4326	9419.2310	13273.9480	18699.5590	26327.2863	37037.1257	52053.6801	73077.9850	102468.4818	143488.9627
48	2707.6334	3841.4753	5456.0047	7753.7818	11021.5002	15664.2586	22253.4753	31593.7436	44815.9221	63506.4897	89886.9215	127061.9174	179362.2034
49	3060.6258	4380.2819	6275.4055	8995.3869	12896.1553	18484.8251	26482.6356	37913.4923	54228.2658	77478.9175	110561.9135	157557.7776	224203.7543
50	3459.5071	4994.5213	7217.7163	10435.6488	15089.5017	21813.0937	31515.3363	45497.1908	65617.2016	94525.2793	135992.1536	195372.6442	280255.6929

BẢNG TÍNH TÀI CHÍNH SỐ 4 : $\frac{1-(1+r)^{-n}}{r}$

	1%	2%	3%	4%	5%	6%	7%	8%	9%	10%	11%	12%	13%
1	0.9901	0.9804	0.9709	0.9615	0.9524	0.9434	0.9346	0.9259	0.9174	0.9091	0.9009	0.8929	0.8850
2	1.9704	1.9416	1.9135	1.8861	1.8594	1.8334	1.8080	1.7833	1.7591	1.7355	1.7125	1.6901	1.6681
3	2.9410	2.8839	2.8286	2.7751	2.7232	2.6730	2.6243	2.5771	2.5313	2.4869	2.4437	2.4018	2.3612
4	3.9020	3.8077	3.7171	3.6299	3.5460	3.4651	3.3872	3.3121	3.2397	3.1699	3.1024	3.0373	2.9745
5	4.8534	4.7135	4.5797	4.4518	4.3295	4.2124	4.1002	3.9927	3.8897	3.7908	3.6959	3.6048	3.5172
6	5.7955	5.6014	5.4172	5.2421	5.0757	4.9173	4.7665	4.6229	4.4859	4.3553	4.2305	4.1114	3.9975
7	6.7282	6.4720	6.2303	6.0021	5.7864	5.5824	5.3893	5.2064	5.0330	4.8684	4.7122	4.5638	4.4226
8	7.6517	7.3255	7.0197	6.7327	6.4632	6.2098	5.9713	5.7466	5.5348	5.3349	5.1461	4.9676	4.7988
9	8.5660	8.1622	7.7861	7.4353	7.1078	6.8017	6.5152	6.2469	5.9952	5.7590	5.5370	5.3282	5.1317
10	9.4713	8.9826	8.5302	8.1109	7.7217	7.3601	7.0236	6.7101	6.4177	6.1446	5.8892	5.6502	5.4262
11	10.3676	9.7868	9.2526	8.7605	8.3064	7.8869	7.4987	7.1390	6.8052	6.4951	6.2065	5.9377	5.6869
12	11.2551	10.5753	9.9540	9.3851	8.8633	8.3838	7.9427	7.5361	7.1607	6.8137	6.4924	6.1944	5.9176
13	12.1337	11.3484	10.6350	9.9856	9.3936	8.8527	8.3577	7.9038	7.4869	7.1034	6.7499	6.4235	6.1218
14	13.0037	12.1062	11.2961	10.5631	9.8986	9.2950	8.7455	8.2442	7.7862	7.3667	6.9819	6.6282	6.3025
15	13.8651	12.8493	11.9379	11.1184	10.3797	9.7122	9.1079	8.5595	8.0607	7.6061	7.1909	6.8109	6.4624
16	14.7179	13.5777	12.5611	11.6523	10.8378	10.1059	9.4466	8.8514	8.3126	7.8237	7.3792	6.9740	6.6039
17	15.5623	14.2919	13.1661	12.1657	11.2741	10.4773	9.7632	9.1216	8.5436	8.0216	7.5488	7.1196	6.7291
18	16.3983	14.9920	13.7535	12.6593	11.6896	10.8276	10.0591	9.3719	8.7556	8.2014	7.7016	7.2497	6.8399
19	17.2260	15.6785	14.3238	13.1339	12.0853	11.1581	10.3356	9.6036	8.9501	8.3649	7.8393	7.3658	6.9380
20	18.0456	16.3514	14.8775	13.5903	12.4622	11.4699	10.5940	9.8181	9.1285	8.5136	7.9633	7.4694	7.0248
21	18.8570	17.0112	15.4150	14.0292	12.8212	11.7641	10.8355	10.0168	9.2922	8.6487	8.0751	7.5620	7.1016
22	19.6604	17.6580	15.9369	14.4511	13.1630	12.0416	11.0612	10.2007	9.4424	8.7715	8.1757	7.6446	7.1695
23	20.4558	18.2922	16.4436	14.8568	13.4886	12.3034	11.2722	10.3711	9.5802	8.8832	8.2664	7.7184	7.2297
24	21.2434	18.9139	16.9355	15.2470	13.7986	12.5504	11.4693	10.5288	9.7066	8.9847	8.3481	7.7843	7.2829
25	22.0232	19.5235	17.4131	15.6221	14.0939	12.7834	11.6536	10.6748	9.8226	9.0770	8.4217	7.8431	7.3300
26	22.7952	20.1210	17.8768	15.9828	14.3752	13.0032	11.8258	10.8100	9.9290	9.1609	8.4881	7.8957	7.3717
27	23.5596	20.7069	18.3270	16.3296	14.6430	13.2105	11.9867	10.9352	10.0266	9.2372	8.5478	7.9426	7.4086
28	24.3164	21.2813	18.7641	16.6631	14.8981	13.4062	12.1371	11.0511	10.1161	9.3066	8.6016	7.9844	7.4412
29	25.0658	21.8444	19.1885	16.9837	15.1411	13.5907	12.2777	11.1584	10.1983	9.3696	8.6501	8.0218	7.4701
30	25.8077	22.3965	19.6004	17.2920	15.3725	13.7648	12.4090	11.2578	10.2737	9.4269	8.6938	8.0552	7.4957

BẢNG TÍNH TÀI CHÍNH SỐ 4 : $\frac{1-(1+r)^{-n}}{r}$

	1%	2%	3%	4%	5%	6%	7%	8%	9%	10%	11%	12%	13%
31	26.5423	22.9377	20.0004	17.5885	15.5928	13.9291	12.5318	11.3498	10.3428	9.4790	8.7331	8.0850	7.5183
32	27.2696	23.4683	20.3888	17.8736	15.8027	14.0840	12.6466	11.4350	10.4062	9.5264	8.7686	8.1116	7.5383
33	27.9897	23.9886	20.7658	18.1476	16.0025	14.2302	12.7538	11.5139	10.4644	9.5694	8.8005	8.1354	7.5560
34	28.7027	24.4986	21.1318	18.4112	16.1929	14.3681	12.8540	11.5869	10.5178	9.6086	8.8293	8.1566	7.5717
35	29.4086	24.9986	21.4872	18.6646	16.3742	14.4982	12.9477	11.6546	10.5668	9.6442	8.8552	8.1755	7.5856
36	30.1075	25.4888	21.8323	18.9083	16.5469	14.6210	13.0352	11.7172	10.6118	9.6765	8.8786	8.1924	7.5979
37	30.7995	25.9695	22.1672	19.1426	16.7113	14.7368	13.1170	11.7752	10.6530	9.7059	8.8996	8.2075	7.6087
38	31.4847	26.4406	22.4925	19.3679	16.8679	14.8460	13.1935	11.8289	10.6908	9.7327	8.9186	8.2210	7.6183
39	32.1630	26.9026	22.8082	19.5845	17.0170	14.9491	13.2649	11.8786	10.7255	9.7570	8.9357	8.2330	7.6268
40	32.8347	27.3555	23.1148	19.7928	17.1591	15.0463	13.3317	11.9246	10.7574	9.7791	8.9511	8.2438	7.6344
41	33.4997	27.7995	23.4124	19.9931	17.2944	15.1380	13.3941	11.9672	10.7866	9.7991	8.9649	8.2534	7.6410
42	34.1581	28.2348	23.7014	20.1856	17.4232	15.2245	13.4524	12.0067	10.8134	9.8174	8.9774	8.2619	7.6469
43	34.8100	28.6616	23.9819	20.3708	17.5459	15.3062	13.5070	12.0432	10.8380	9.8340	8.9886	8.2696	7.6522
44	35.4555	29.0800	24.2543	20.5488	17.6628	15.3832	13.5579	12.0771	10.8605	9.8491	8.9988	8.2764	7.6568
45	36.0945	29.4902	24.5187	20.7200	17.7741	15.4558	13.6055	12.1084	10.8812	9.8628	9.0079	8.2825	7.6609
46	36.7272	29.8923	24.7754	20.8847	17.8801	15.5244	13.6500	12.1374	10.9002	9.8753	9.0161	8.2880	7.6645
47	37.3537	30.2866	25.0247	21.0429	17.9810	15.5890	13.6916	12.1643	10.9176	9.8866	9.0235	8.2928	7.6677
48	37.9740	30.6731	25.2667	21.1951	18.0772	15.6500	13.7305	12.1891	10.9336	9.8969	9.0302	8.2972	7.6705
49	38.5881	31.0521	25.5017	21.3415	18.1687	15.7076	13.7668	12.2122	10.9482	9.9063	9.0362	8.3010	7.6730
50	39.1961	31.4236	25.7298	21.4822	18.2559	15.7619	13.8007	12.2335	10.9617	9.9148	9.0417	8.3045	7.6752

BẢNG TÍNH TÀI CHÍNH SỐ 4 : $\frac{1-(1+r)^{-n}}{r}$

	14%	15%	16%	17%	18%	19%	20%	21%	22%	23%	24%	25%
1	0.8772	0.8696	0.8621	0.8547	0.8475	0.8403	0.8333	0.8264	0.8197	0.8130	0.8065	0.8000
2	1.6467	1.6257	1.6052	1.5852	1.5656	1.5465	1.5278	1.5095	1.4915	1.4740	1.4568	1.4400
3	2.3216	2.2832	2.2459	2.2096	2.1743	2.1399	2.1065	2.0739	2.0422	2.0114	1.9813	1.9520
4	2.9137	2.8550	2.7982	2.7432	2.6901	2.6386	2.5887	2.5404	2.4936	2.4483	2.4043	2.3616
5	3.4331	3.3522	3.2743	3.1993	3.1272	3.0576	2.9906	2.9260	2.8636	2.8035	2.7454	2.6893
6	3.8887	3.7845	3.6847	3.5892	3.4976	3.4098	3.3255	3.2446	3.1669	3.0923	3.0205	2.9514
7	4.2883	4.1604	4.0386	3.9224	3.8115	3.7057	3.6046	3.5079	3.4155	3.3270	3.2423	3.1611
8	4.6389	4.4873	4.3436	4.2072	4.0776	3.9544	3.8372	3.7256	3.6193	3.5179	3.4212	3.3289
9	4.9464	4.7716	4.6065	4.4506	4.3030	4.1633	4.0310	3.9054	3.7863	3.6731	3.5655	3.4631
10	5.2161	5.0188	4.8332	4.6586	4.4941	4.3389	4.1925	4.0541	3.9232	3.7993	3.6819	3.5705
11	5.4527	5.2337	5.0286	4.8364	4.6560	4.4865	4.3271	4.1769	4.0354	3.9018	3.7757	3.6564
12	5.6603	5.4206	5.1971	4.9884	4.7932	4.6105	4.4392	4.2784	4.1274	3.9852	3.8514	3.7251
13	5.8424	5.5831	5.3423	5.1183	4.9095	4.7147	4.5327	4.3624	4.2028	4.0530	3.9124	3.7801
14	6.0021	5.7245	5.4675	5.2293	5.0081	4.8023	4.6106	4.4317	4.2646	4.1082	3.9616	3.8241
15	6.1422	5.8474	5.5755	5.3242	5.0916	4.8759	4.6755	4.4890	4.3152	4.1530	4.0013	3.8593
16	6.2651	5.9542	5.6685	5.4053	5.1624	4.9377	4.7296	4.5364	4.3567	4.1894	4.0333	3.8874
17	6.3729	6.0472	5.7487	5.4746	5.2223	4.9897	4.7746	4.5755	4.3908	4.2190	4.0591	3.9099
18	6.4674	6.1280	5.8178	5.5339	5.2732	5.0333	4.8122	4.6079	4.4187	4.2431	4.0799	3.9279
19	6.5504	6.1982	5.8775	5.5845	5.3162	5.0700	4.8435	4.6346	4.4415	4.2627	4.0967	3.9424
20	6.6231	6.2593	5.9288	5.6278	5.3527	5.1009	4.8696	4.6567	4.4603	4.2786	4.1103	3.9539
21	6.6870	6.3125	5.9731	5.6648	5.3837	5.1268	4.8913	4.6750	4.4756	4.2916	4.1212	3.9631
22	6.7429	6.3587	6.0113	5.6964	5.4099	5.1486	4.9094	4.6900	4.4882	4.3021	4.1300	3.9705
23	6.7921	6.3988	6.0442	5.7234	5.4321	5.1668	4.9245	4.7025	4.4985	4.3106	4.1371	3.9764
24	6.8351	6.4338	6.0726	5.7465	5.4509	5.1822	4.9371	4.7128	4.5070	4.3176	4.1428	3.9811
25	6.8729	6.4641	6.0971	5.7662	5.4669	5.1951	4.9476	4.7213	4.5139	4.3232	4.1474	3.9849
26	6.9061	6.4906	6.1182	5.7831	5.4804	5.2060	4.9563	4.7284	4.5196	4.3278	4.1511	3.9879
27	6.9352	6.5135	6.1364	5.7975	5.4919	5.2151	4.9636	4.7342	4.5243	4.3316	4.1542	3.9903
28	6.9607	6.5335	6.1520	5.8099	5.5016	5.2228	4.9697	4.7390	4.5281	4.3346	4.1566	3.9923
29	6.9830	6.5509	6.1656	5.8204	5.5098	5.2292	4.9747	4.7430	4.5312	4.3371	4.1585	3.9938
30	7.0027	6.5660	6.1772	5.8294	5.5168	5.2347	4.9789	4.7463	4.5338	4.3391	4.1601	3.9950

BẢNG TÍNH TÀI CHÍNH SỐ 4 : $\frac{1-(1+r)^{-n}}{r}$

	14%	15%	16%	17%	18%	19%	20%	21%	22%	23%	24%	25%
31	7.0199	6.5791	6.1872	5.8371	5.5227	5.2392	4.9824	4.7490	4.5359	4.3407	4.1614	3.9960
32	7.0350	6.5905	6.1959	5.8437	5.5277	5.2430	4.9854	4.7512	4.5376	4.3421	4.1624	3.9968
33	7.0482	6.6005	6.2034	5.8493	5.5320	5.2462	4.9878	4.7531	4.5390	4.3431	4.1632	3.9975
34	7.0599	6.6091	6.2098	5.8541	5.5356	5.2489	4.9898	4.7546	4.5402	4.3440	4.1639	3.9980
35	7.0700	6.6166	6.2153	5.8582	5.5386	5.2512	4.9915	4.7559	4.5411	4.3447	4.1644	3.9984
36	7.0790	6.6231	6.2201	5.8617	5.5412	5.2531	4.9929	4.7569	4.5419	4.3453	4.1649	3.9987
37	7.0868	6.6288	6.2242	5.8647	5.5434	5.2547	4.9941	4.7578	4.5426	4.3458	4.1652	3.9990
38	7.0937	6.6338	6.2278	5.8673	5.5452	5.2561	4.9951	4.7585	4.5431	4.3462	4.1655	3.9992
39	7.0997	6.6380	6.2309	5.8695	5.5468	5.2572	4.9959	4.7591	4.5435	4.3465	4.1657	3.9993
40	7.1050	6.6418	6.2335	5.8713	5.5482	5.2582	4.9966	4.7596	4.5439	4.3467	4.1659	3.9995
41	7.1097	6.6450	6.2358	5.8729	5.5493	5.2590	4.9972	4.7600	4.5441	4.3469	4.1661	3.9996
42	7.1138	6.6478	6.2377	5.8743	5.5502	5.2596	4.9976	4.7603	4.5444	4.3471	4.1662	3.9997
43	7.1173	6.6503	6.2394	5.8755	5.5510	5.2602	4.9980	4.7606	4.5446	4.3472	4.1663	3.9997
44	7.1205	6.6524	6.2409	5.8765	5.5517	5.2607	4.9984	4.7608	4.5447	4.3473	4.1663	3.9998
45	7.1232	6.6543	6.2421	5.8773	5.5523	5.2611	4.9986	4.7610	4.5449	4.3474	4.1664	3.9998
46	7.1256	6.6559	6.2432	5.8781	5.5528	5.2614	4.9989	4.7612	4.5450	4.3475	4.1665	3.9999
47	7.1277	6.6573	6.2442	5.8787	5.5532	5.2617	4.9991	4.7613	4.5451	4.3476	4.1665	3.9999
48	7.1296	6.6585	6.2450	5.8792	5.5536	5.2619	4.9992	4.7614	4.5451	4.3476	4.1665	3.9999
49	7.1312	6.6596	6.2457	5.8797	5.5539	5.2621	4.9993	4.7615	4.5452	4.3477	4.1666	3.9999
50	7.1327	6.6605	6.2463	5.8801	5.5541	5.2623	4.9995	4.7616	4.5452	4.3477	4.1666	3.9999

MỤC LỤC